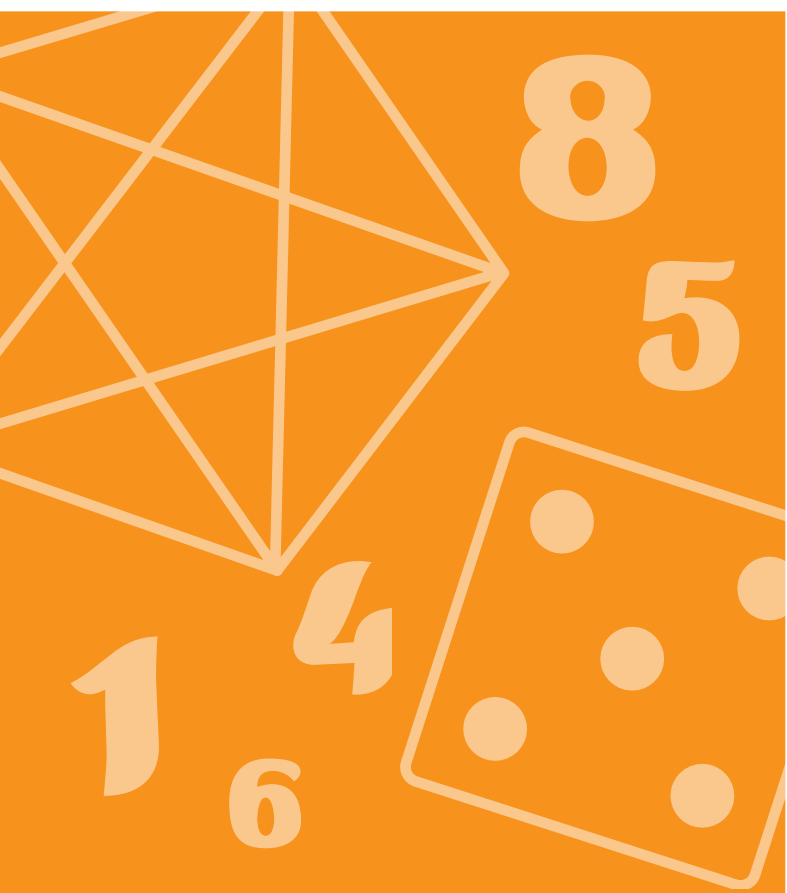




מדריך לגננת

# ראשית שיח מתמטי



משה קליין · גן אדם



# "הכול מספר"

## פיתגורס אמר לתלמידיו

תמונות השער:  
פעילות בצורות המספר • גן נוריות, טבעון  
תמורות המספר 3 • גן ארגמן, טבריה

---

מהדורה ראשונה ינואר 2016  
כל הזכויות שמורות ©  
גן אדם  
ת.ד 5024 טבעון 36087

## תוכן העניינים

7	<b>חלק א : אפיון התוכנית "ראשית שיח מתמטי"</b>
8	מבוא: אפיון כללי של התוכנית
8	א- 1 עקרונות התוכנית
9	א- 2 מטרות התוכנית
9	א- 3 הנושאים המתמטיים בהם מתמקדת התוכנית
9	ב. המדריך ליישום התוכנית
9	ב- 1 הגישה הפדגוגית הפדגוגיה של הלא נודע כגישת החקר
10	ב- 2 דוגמאות לשאלות חקר במדע ובמתמטיקה
10	ב- 3 הכשרה ואימון גננות
10	ג. דוגמאות להעמקה במושג המספר
12	ד. סיפורים על המתמטיקאים
13	ה. תכולת הערכה של התוכנית
14	ו. טבלת פעילויות
15	<b>חלק ב : פריסת פעילויות ותכנון שיח מתמטי</b>
16	<b>פרק ראשון: המספר</b>
17	על המספר
18	<b>רמנוג'אן</b>
19	רקע מתמטי
20	סיפור לילדים
	פעילויות ושאלות השיח:
21	חלוקות מספר
23	תמורות המספר 3
25	תמורות המספר 4
27	<b>אל-חואריזמי</b>
28	רקע מתמטי
28	סיפור לילדים
	פעילויות ושאלות השיח:
29	כתיבת מספרים
30	נקודות על קובייה
31	קסם הקובייה
34	לוחות מספרים
35	מספרים נעלמים
37	<b>אבן עזרא</b>
38	רקע מתמטי
38	סיפור לילדים
	פעילויות ושאלות השיח:
39	יחס סדר בין המספרים
42	כתיבת מספרים באמצעות ציורים וסימנים שונים
43	המספר אפס
45	<b>פרק שני: גאומטריה</b>
46	על הגאומטריה
47	<b>פיתגורס</b>
48	רקע מתמטי
50	סיפור לילדים

	פעילויות ושאלות השיח:
50	חקירת צל אדם
51	הצל של כדור
53	חקר מחומש משוכלל
54	מחומש משוכלל
56	גילוי כוכב מחומש בתפוח
58	<b>אוקלידס</b>
59	רקע מתמטי
60	סיפור לילדים
	פעילויות ושאלות השיח:
62	יוצרים ישרים
63	ישר דרך שתי נקודות
65	ישרים מקבילים
66	<b>מביוס</b>
67	רקע מתמטי
67	סיפור לילדים
	פעילויות ושאלות השיח:
68	יוצרים טבעת
69	טבעת מביוס
70	חציית טבעת מביוס
71	צביעת מפה בארבעת צבעים
73	כלבים כלואים
75	לולאות סגורות
76	<b>אמי נתר</b>
77	רקע מתמטי
77	סיפור לילדים
	פעילויות ושאלות השיח:
78	סימטריית שיקוף
79	סימטריית סיבוב
80	דגמים ורצפים
83	ריצוף פנרוז
84	<b>פרק שלישי: מדידות</b>
85	על המדידות
86	<b>ארכימדס</b>
87	רקע מתמטי
88	סיפור לילדים
	פעילויות ושאלות השיח:
89	מדידות משקל
90	מדידות נפח
93	משקל מול נפח
	<b>פרק רביעי: צורות המספר</b>
94	המספר גאומטריה מדידות צורות המספר
95	<b>ספנסר-בראון</b>
96	רקע מתמטי
96	סיפור לילדים
	פעילויות ושאלות השיח:
97	צורות המספר - יצירתן ומנייתן
101	נספח: העקרונות החינוכיים של השיח המתמטי מאת דני לסרי

## תודות

תודה לטכני מרחבי וליעל טלטש על התחלת הפיילוט של התוכנית בגן נוריות.

תודה לחברי דני לסרי על כתיבת הגישה החינוכית של התוכנית וליעל צרפתי שליוותה ותמכה בפיילוט במסגרת תפקידה כמדריכה הארצית למתמטיקה באגף לחינוך קדם יסודי.

תודה למפקחות על גני הילדים במשרד החינוך על הפיילוט והליווי בגני הילדים שבפיקוחן.

תודה לגננות על ההתנסות בפעילויות והאפשרות לעבוד בגן שלהן, על ההערות המועילות והצילומים.

תודה לסטודנטיות במסלול הגיל הרך במכללת אוהלו שבקצרין על ההתנסות בתוכנית.

תודה מיוחדת למתמטיקאי האנגלי ספנסר-בראון על ההדרכה שלו במשך השנים.

## חלק I

# אפיון התוכנית "ראשית שיח מתמטי"

**א. מבוא: אפיון כללי של התוכנית****א-1. עקרונות התוכנית:**

תכנית הלימודים במתמטיקה של גן הילדים מבוססת על מושג המספר שהוא אחד ממושגי היסוד של המתמטיקה. התוכנית מניחה שילדים מגיעים לגן כשהם כבר בעלי ידע מתמטי הנוצר אצלם באופן עצמאי במהלך חייהם עד לגן. מטבעם הם סקרניים ורוצים לחקור ולדעת יותר. העיסוק במתמטיקה בגן צריך להיות מבוסס על רצון זה. ילדי הגן לומדים תוך כדי התנסות מעשית. הפנמת המושגים מתרחשת כשהילדים פעילים במגוון פעילויות ומשחקים.

התוכנית נשענת על מחקרים בתחום המתמטיקה בגיל הרך. פיאז'ה תיאר ארבעה שלבי התפתחות עיקריים שאותם עובר האדם במהלך חייו. על פי פיאז'ה הלמידה היא תהליך פעיל, המתרחש במצב של קונפליקט קוגניטיבי כאשר מידע חדש בא בסתירה עם הבנות קודמות, והילד מסתגל למידע זה תוך כדי יצירת מושגים חדשים. חשיבתו של הילד היא אינטואיטיבית וממנה מתפתחת בהדרגה יכולת השימור. על פי תורתו של ויגוצקי שבבסיסה עומד המושג "טווח ההתפתחות האפשרית הקרובה" יש חשיבות לראות את האינטראקציה בין המבוגר והילד. היכולות של הילד מועצמות במפגש עם המבוגר. נציין כאן גם את התרומה החשובה של פוירשטיין ששם דגש לא על רמת הידע הנוכחית של הילד אלא בעיקר על יכולת הלימוד וההשתנות שלו.

בגן יש לתת לכל ילד הזדמנות ללמוד מתמטיקה וזאת תוך שמירה על המאפיינים הייחודיים של גן הילדים.

העיסוק במתמטיקה צריך מצד אחד להשתלב בעשייה היום יומית בגן בנושאים ובתחומי דעת שונים, כפי שהעיסוק במתמטיקה משתלב בחיים בכלל, ומן הצד השני העיסוק צריך להתמקד גם במתמטיקה לשמה.

חשוב לעודד את הילדים לשאול שאלות ולנסות למצוא בעצמם תשובות לשאלות אלה. הגנת תהיה ערה להתרחשות תהליך הלמידה, ותסייע לילדים במידת הצורך. למידה משמעותית מתרחשת בתהליך בניית ידע חדש על ידי הילד, תוך קישורו לידע הקודם. הבנה מתמטית מושגת כאשר הילדים מסוגלים להחיל את הידע החדש שרכשו במצבים חדשים.

הגנת מעודדת שיח מתמטי בינה לבין הילדים וגם בין הילדים לבין עצמם. חלק מהתובנה המתמטית של הילדים מתפתח תוך כדי שיחה עם חברים או מבוגרים על נושאים מתמטיים שונים. כדי לטפח את השיח המתמטי יש ליצור מצבים בהם קיימת הזדמנות לשיח מתמטי מאתגר, וליצור אווירה "מקבלת" המעודדת את הילדים לשאול, לחוות דעה, להטיל ספק, להעלות ולבחון השערות ולהציע פתרונות.

העיסוק במתמטיקה נעשה בגן בהתנסויות מזדמנות, בהן הגנת צריכה לזהות מצבים אלה, לתווך בינם לבין הילדים ולנווט את הילדים לחשיבה ולשיח, ובפעילויות מתוכננות ומובנות.

**א-2. מטרות התוכנית:**

- לעסוק במתמטיקה בגן באמצעות דיאלוג שנוצר בין הגנת והילד.
- לשלב את דרכי הלמידה בגן, כגון דיון בקבוצה מלאה, עבודה בקבוצה קטנה, פעילויות בקבוצות, פעילויות אינדיווידואליות סביב פתרון בעיות, וכדומה.
- לבנות את היסודות של החשיבה המתמטית בצורה שלמה ומאתגרת המתבססת על מושג ההוכחה שהוא המושג המרכזי של כל המתמטיקה.
- לטפח את הסקרנות הטבעית של ילדים למתמטיקה.
- להאיר את מושג המספר מזוויות מעוררות חשיבה יצירתית.

**א-3. הנושאים המתמטיים בהם מתמקדת התוכנית:**

- התוכנית מתמקדת בשלושת הנושאים המרכזיים ללימודי המתמטיקה בגן ילדים:
- המספר.
  - גאומטריה.
  - מדידות.

**ב. המדריך ליישום התוכנית****ב-1. הגישה הפדגוגית - הפדגוגיה של הלא נודע כגישת החקר:**

אנו נמצאים בתקופה של שינויים מהותיים המתחוללים בחברה ובתרבות האנושית. אחד השינויים הבולטים הוא בתחום החינוך. התפקיד המסורתי והקלאסי של המנחה להעביר ידע לתלמידים משתנה משום שהילדים חשופים בעצמם למקורות מידע רבים אם זה באינטרנט, במחשבים או באפליקציות. הגישה החינוכית של המדריך נקראת הפדגוגיה של הלא נודע. הרעיון המרכזי של גישה זו הוא שהגנת לומדת וחוקרת ביחד עם ילדי הגן. קל להתחבר לגישה החינוכית הזאת באמצעות העיסוק במדע.

כשהגנת מדגימה לילדים מה קורה לטיפת שמן בתוך מים היא יודעת מראש שהטיפה תצוף על המים. כשהיא שואלת את הילדים מה יקרה לטיפת השמן זה לא מסקרן אותה באמת מבחינה מדעית. כאשר הילדים יענו לה ויעלו השערות על מה יקרה לטיפת השמן הם ירצו להיות צודקים ביחס לתשובה שהגנת כבר יודעת.

בדרך זו הילדים לא חווים את הגנת שלהם כשותפה לתהליך של חקירה מדעית. לעומת זאת, אם הגנת תשאל את הילדים מה יקרה לטיפת מים בתוך שמן והיא עצמה לא תדע את התשובה מראש הילדים יחוו מהי החקירה באמת. הם ירגישו שהגנת גם היא סקרנית לגבי השאלה הזו והתשובות שלהם יהיו לא בשביל לרצות את הגנת אלא מתוך מה שהם חושבים או מאמינים בו באמת.

הפדגוגיה של הלא נודע יוצרת הבחנה ברורה בין שני המושגים: הדגמה וניסוי. בהדגמה התוצאות ידועות מראש למבוגר והוא מדגים את התוצאות בפני הילדים. לעומת זאת בניסוי התוצאות אינן ידועות למבוגר והוא סקרן בעצמו לגביהן. כאשר המבוגר מנחה את הילדים בתהליך החקר נוצרת קהילה חוקרת. יש מספר שלבים מעשיים לקיים אותה: בשלב הראשון המבוגר מציג את שאלת החקר ויוצר חיבור של הילדים לשאלה. בשלב השני הילדים מעלים את ההשערות שלהם לגבי מה הם חושבים שיתרחש בניסוי. לאחר מכן מתקיים דיון בין הילדים על ההשערות שלהם והם מנסים לשכנע אחד את השני בנכונות ההשערה שלהם.

לאחר מכן הגנת והילדים מבצעים את הניסוי ולסיכום הילדים מנסחים ביחד עם הגנת ובעזרתה את המסקנות שלהם.

**ב- 2. דוגמאות לשאלות חקר במדע ובמתמטיקה:**

- מה קורה לטיפת מים בתוך שמן?
- האם טיפת מים שנופלת מצליחה לחדור דרך מסננת מים?
- האם אפשר להמיס יותר כפיות סוכר מאשר כפיות מלח או להפך?
- האם בועת סבון גדולה נופלת מהר יותר מבועת סבון קטנה?
- מה קורה לבלון מנופח בתוך המקפיא של המקרר?
- כמה מהדקים משרדיים אפשר להכניס לכוס מים מלאה עד שפתה לפני שהמים יגלשו?
- האם קיים מספר הכי גדול?
- מה יש יותר בעולם - אנשים או עיניים?
- מה יש יותר בעולם - עיניים או אוזניים?
- איך אפשר ליצור קוביית מזל שנופלת תמיד על המספר 1?
- בכמה דרכים שונות אפשר לסדר שני ילדים שעומדים בשורה? ושלושה ילדים?
- בכמה דרכים שונות אפשר להציג את המספר 4 כסכום של מספרים קטנים ממנו או שווים לו?

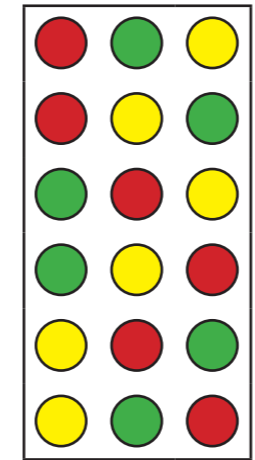
**ב- 3. הכשרה ואימון גננות**

הגננת המצטרפת להדרכה ב"ראשית שיתחמטי" עוברת הכשרה ואימון בלימודי מדע ומתמטיקה בנוסח הפדגוגיה של הלא נודע בהשתלמויות גננות או בפגישות אינדיבידואליות עם מנחה. אימון הגננת בפדגוגיה של הלא נודע בתחום המדע מכשיר את הגננת לעסוק בגישה הזו גם בתחום המתמטיקה.

לאחר שהגננת ביצעה ניסוי עם ילדי הגן בנושא מדעי או מתמטי, אם היא תחזור על אותה פעילות, הפעילות הזאת תהפוך כבר בשבילה להדגמה. באמצעות שינוי של מספר מרכיבים בניסוי ניתן להפוך בקלות את ההדגמה לניסוי. למשל אם הגננת ביצעה את הניסוי ושמה טיפת מים בתוך שמן וראתה מה יקרה, היא יכולה בפעילות הבאה לשים קוביית קרח במקום מים, או לחמם קצת את השמן ולראות מה קורה. עוד יותר קל לחדש חקר מתמטי - על ידי שינוי נתונים מספריים או/ו מילוליים בשאלת חקר.

**ג. דוגמאות להעמקה במושג המספר**

אחת ההבחנות החשובות שיש במתמטיקה היא ההבדל בין המספר כמונה או כסודר. ילדים בגן מצליחים לעסוק במספר בשני היבטים הללו. כאשר יש לנו מספר עצמים ואנחנו מסדרים אותם בשורה לפי סדר מסוים נוצרת תמורה. תמורה היא סידור על עצמים בשורה. אם יש לנו 3 מדבקות בצבעים אדום, ירוק וצהוב אז יש 6 תמורות אפשריות שונות.



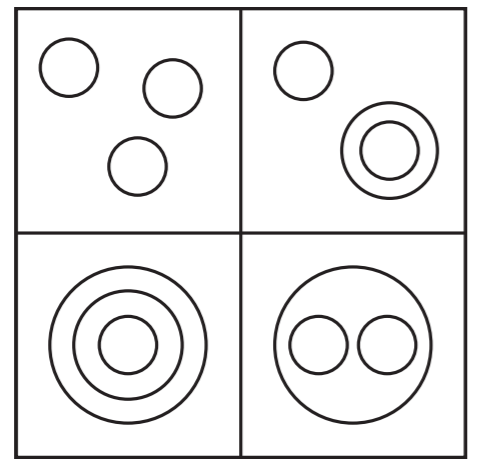
ילדי הגן מגלים את כל האפשרויות הללו ומבינים את ההכללה שמספר התמורות אינו תלוי בסוג הפריטים אלא בכמות שלהם. מספר התמורות על 4 עצמים הוא 24. מספר כל הסידורים השונים, או של כל התמורות של n עצמים, מסומן ב- P(n) ושווה ל-n! - "עצרת n" - מכפלת כל המספרים הטבעיים מ-1 עד n:

$$P(n) = n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$$

תכונה נוספת חשובה של המספר היא החלוקה שלו. חלוקה של מספר היא כתיבה של המספר כסכום של מספרים קטנים ממנו או שווים לו. דוגמא לחלוקה של המספר 3 היא 3=1+2. בשונה מתמורות, סדר המספרים בחלוקה אינו משנה. לדוגמא מובאות חמש החלוקות השונות של המספר 4:

- 4=1+1+1+1
- 4=2+1+1
- 4=2+2
- 4=3+1
- 4=4

העיסוק בחלוקות המספר מפתח את היצירתיות של ילדי הגן הודות לכך, שלכל תרגיל יש מספר פתרונות ולא פתרון יחיד. הכללה דו ממדית של חלוקות המספר היא חקר היחסים בין מעגלים במישור שהם לא נחתכים. האפשרויות השונות ליחסים האלה מכונות "צורות המספר". הילדים מאותגרים לגלות ולחשב את כל האפשרויות ליחסים בין מעגלים לא נחתכים במישור ובכך למצוא את כל צורות המספר. להלן 4 הצורות של המספר 3:



למספר 4 יש 9 צורות. ולמספר 5 יש 20 צורות.

**ד. סיפורים על המתמטיקאים**

אחת השאלות המרתקות היא האם המתמטיקה היא תגלית או המצאה (יצירה) של מתמטיקאים? תפיסה מקובלת היא שמתמטיקאים מגלים אמיתות מוחלטות שאינן תלויות באדם. קיימת תפיסה אחרת האומרת שהמתמטיקה היא המצאה של בני אנוש ושהיצירות המתמטיות קשורות לאדם שיצר אותן. תהיה האמת אשר תהיה, ברור שמתמטיקאים לא מגלים/מיצרים משפטים מתמטיים בקלות והם עובדים קשה מאד בכדי לגלות או ליצור אותם. בכל מקרה, את המתמטיקה עושים מתמטיקאים ולפיכך קיים ערך גדול למשימה לספר לילדים על המתמטיקה דרך דמויות המופת של המתמטיקאים הדגולים שגילו/יצרו אותה. ילדי הגן מתחברים לסיפורים על המתמטיקאים, הם זוכרים את השמות שלהם ואת התרומות שלהם למתמטיקה כפי שהם מודגמים בתוכנית. הילדים מספרים על המתמטיקאים לאחים ולהורים שלהם וכך נוצרת קהילה סביב הגן הנחשפת לנושא המתמטיקה כפרי עבודת המתמטיקאים. עבור הגנת לימוד המתמטיקה באמצעות הכרות עם המתמטיקאים מזמן דרך להתחדש ולהתעשר, ביחד עם הילדים, בנושאים מתמטיים בגישה של הפדגוגיה של הלא נודע. בחרנו לספר לילדים על תשעה מתמטיקאים:

1. המתמטיקאי היהודי **רמנוג'אן** גילה אלפי נוסחאות מתמטיות בדרך של ראייתן הישירה מבלי יכולת להוכיח שהן נכונות בצורה פורמלית. הוא עבד 4 שנים באנגליה במחיצתו של המתמטיקאי האנגלי הנודע הארדי ועסק בשנים אלה במחקרים מתמטיים רבים. בפרט הוא עסק רבות בחקר הנושא המרתק של חלוקות המספר.

2. המתמטיקאי הפרסי **אל-ח'וואריזמי** הניח את היסודות של אלגברה כתורת המשוואות עם נעלמים. הוא פיתח שיטות לפתרון של משוואות עם נעלם אחד ממעלה 1 (ליניאריות) ו-2 (ריבועיות). כמו כן הוא פיתח טבלאות מפורטות של ערכי פונקציות טריגונומטריות והניע פרסום והתפשטות ברחבי העולם של השיטה העשרונית להצגת מספרים ופעולות חשבון בהם.

3. המתמטיקאי היהודי הספרדי וגם הפרשן המפורסם של התנ"ך והמשורר **אבן עזרא** ביסס את השימוש במספר 0 אשר הוא סימן בגלגל. מושג זה לא היה מובן מאליו ועורר שאלה האם יש בכלל צורך במספר שהוא כלום. בספרו המתמטי בשם "ספר המספר" עוסק אבן עזרא בעיקר באריתמטיקה שכללה את כל פעולות חשבון ואף הוצאת שורש. להצגת המספרים אבן עזרא השתמש בשיטה העשרונית ההודית, את הספרות ההודיות מ-1 עד 9 הוא החליף באותיות העבריות מ-א' עד-ט'. בנוסף לפרקי אריתמטיקה, "ספר המספר" מכיל פרק המוקדש למעגל ותכונותיו. בספרו השני הנקרא "ספר האחד" מתאר אבן עזרא את התכונות של תשעת המספרים הטבעיים הראשונים, מ-1 עד 9, ולא רק לתכונות האריתמטיות אלא גם הגיאומטריות והמיסטיות.

4. המתמטיקאי היווני **פיתגורס** היה הראשון שגילה שכדור הארץ הוא עגול באמצעות התבוננות בצל העגול של כדור הארץ על הירח בזמן ליקוי הירח. בימיו גם האמינו כי ניתן להסביר את כל הטבע באמצעות מספרים שהם שלמים. כלומר מספרים רציונליים. לפיתגורס היה תלמיד שקראו לו היפסוס שחקר את התכונות המעניינות של מחומש משוכלל. במהלך החקר הזה הוא גילה שהיחס

בין אורך הצלע של המחומש המשוכלל לבין אורך אלכסונו אינו מספר רציונלי.

5. המתמטיקאי היווני **אוקלידס** כתב את ספר היסודות של המתמטיקה. הספר כלל 13 כרכים והוא נחשב למעין התנ"ך של המתמטיקה. הוא הגדיר למעשה את הצורה המקובלת שבה נהוג לכתוב מתמטיקה: באמצעות מושגי יסוד, הגדרות, אקסיומות ומשפטים הנובעים מהם. הספרים הראשונים עוסקים בגאומטריה של המישור ובמיוחד ביחסים שנוצרים בין נקודות וישרים. אוקלידס הגדיר את אקסיומת המקבילים אך לא היה שבע רצון ממנה. רק לאחר יותר מאלפיים שנה, בעשור השלישי של המאה ה-19 גילו המתמטיקאים שאפשר לפתח גאומטריה חדשה שבה האקסיומה הזו לא מתקיימת.

6. המתמטיקאי הגרמני **מביוס** המציא טבעת מיוחדת עם צד אחד בלבד (לטבעת רגילה יש שני צדדים). טבעת מביוס היא בעלת תכונות מרתקות המאפשרות מרחב חקירה מעניין.

7. המתמטיקאית היהודייה-גרמנייה **נתר** שייכת לגדולי המתמטיקאים של המאה ה-20. היא יזמה ופיתחה כיוונים חדשים וחשובים במתמטיקה ובפיסיקה, וגילתה את הקשר העמוק בין סימטריה לחוקי הטבע. בהיותה אישה ויהודייה נתקלה נתר בקשיים רבים בחייה ובקריירה האקדמית שלה.

8. המתמטיקאי היווני **ארכימדס** חישב את הערך המספרי של היחס בין היקף המעגל ואורך קוטרו - המספר פאי - בדיוק רב ופיתח שיטות לחישוב שטחים ונפחים של גופים. הוא המציא, למעשה עוד לפני ניוטון ולייבניץ, רעיונות של החשבון האינפיניטסימלי. הוא מצא שיטה למדוד נפח גופים באמצעות הכנסתם למים ומדידת עליית גובה המים.

9. המתמטיקאי האנגלי **ספנסר-בראון** כתב את הספר "חוקי הצורה" שבו הציג לוגיקה מתמטית השונה מלוגיקה מתמטית קלאסית. הוא ביסס את המתמטיקה על פעולה אחת הנקראת מובחנות והיא הצבעה על אובייקט והפרדתו מסביבתו. לאור התיאוריה של ספנסר בראון, הרכבת הצורה ממעגלים לא נחתכים במישור היא הכללה דו ממדית של חלוקות המספר.

**ה. תכולת הערכה של התכנית:**

- חוברת המדריך "ראשית שית מתמטי".
- פוסטרים של 9 מתמטיקאים.
- משחק זיכרון של המתמטיקאים.
- משחק "צורות המספר" מבמבוק.
- משחק כיסוי פנרוז.
- משחק לוחות מקריות + 16 קוביות מזל.
- משחקי מחשב בנושא תמורות, חלוקות, צורות המספר, חוקי הצורה.

**ו. טבלת פעילויות**

לכל מתמטיקאי מהרשימה שבסעיף ד' חיברנו סיפור על פירות עבודתו המתמטית המותאם לילדי גן. הסיפור מלווה בפעילויות שמתקשרות אליו ונמצאות בהלימה לנושאי תכנית הלימודים במתמטיקה בגני ילדים. הטבלה להלן מציגה את תכנון הפעילויות לפי שלושת הפרקים המרכזיים בתוכנית: המספר, גיאומטריה, מדידות ופרק הסיכום - צורות המספר. כותרות פעילויות אחדות לא הוכנסו לטבלה וניתן לראותן בתוכן העניינים. לכל פעילות הרשומה בטבלה צוין בסוגריים הנושא בתוכנית לימודי המתמטיקה בגן ילדים אליו היא שייכת.

הפרק	המתמטיקאי	הפעילות	הפעילות	הפעילות
המספר	רמנוג'אן	חלוקות המספר (חלוקת עצמים)	תמורות המספר 3 (מניה)	תמורות המספר 4 (מניה)
	אל-ח'ואריזמי	כתיבת מספרים (ייצוג כמויות)	לוחות מספרים (הכרת המספרים)	נקודות על קובייה וקסם הקובייה (הכרת המספרים, חיבור וחסור)
	אבן עזרא	יחסי סדר בין מספרים (יחסי גודל)	כתיבת מספרים באמצעות צירים וסימנים שונים (ייצוג כמויות)	המספר אפס (אומדן - ייצוג כמויות)
גאומטריה	פיתגורס	חקירת צל אדם (צורות)	הצל של הכדור (צורות)	מחומש משוכלל (מצולעים)
	אוקלידס	יוצרים ישרים (קווים ישרים)	ישר דרך שתי נקודות (קווים ונקודות)	ישרים מקבילים (ישרים)
	מביוס	יוצרים טבעת (צורות במרחב)	חציית טבעת מביוס (גופים וצורות)	צביעת מפה בארבעה צבעים (צורות)
	נתר	סימטריית שיקוף (סימטריה)	סימטריית סיבוב (סימטריה)	דגמים ורצפים (דגמים חוזרים)
מדידות	ארכימדס	מדידות משקל (מדידות)	מדידת נפח (תפיסה מרחבית)	משקל מול נפח
פרק סיכום	ספנסר-בראון	צורות המספר- יצירתן ומנייתן (מניה)		

**חלק II**

**פריסת פעילויות תכנון שיה מתמטי**



## פרק ראשון: המספר

### על המספר

המספר הוא אחד ממושגי היסוד במתמטיקה. בעת העתיקה בני אדם המציאו והשתמשו במספר לציין כמות של עצמים. הם הבחינו שבשתי קבוצות שונות של עצמים יכולה להיות אותה כמות עצמים. לכמות הזו הם נתנו את שם המספר. אפשר לסמן את הכמות על ידי קווים או חריצים בהתאם לכמות האיברים שבקבוצה. שיטה זו של כתיבת מספרים הייתה לא יעילה במספרים גדולים ולכן התפתחו שיטות מתוחכמות יותר לכתיבת מספרים. פריצת דרך חשובה הייתה כשהומצא המספר אפס, תחילה בשביל לציין קבוצה שאין בה כלל איברים ובהמשך, בשיטת הייצוג העשרונית של מספרים, כדי לאפשר לכתוב מספרים גדולים מאד במעט ספרות. להבנת מושג המספר הייתה חשובה מאוד ההבחנה בין תכונת המספר כמונה לעומת התכונה שלו כסודר.

המספרים הטבעיים הם קבוצת המספרים הבאים:  $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ . בקבוצה זו לא קיים מספר גדול ביותר כי לכל מספר טבעי קיים המספר העוקב לו ולכן יש אינסוף מספרים טבעיים. המספרים השלמים כוללים בנוסף גם את המספר 0 ואת המספרים השליליים שהמצאתם הייתה פריצת דרך חשובה נוספת בהתפתחות מושג המספר.

מספרים ראשוניים הם מספרים טבעיים הגדולים מ-1 שהמחלקים היחידים שלהם הם המספר 1 והמספר עצמו. קבוצת המספרים הראשוניים מתחילה כך:  $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$ . המתמטיקאי היווני אוקלידס הוכיח, בספר היסודות, שקיימים אינסוף מספרים ראשוניים. כל מספר טבעי ניתן לכתיבה בצורה יחידה כמכפלה של מספרים ראשוניים ובמובן הזה אפשר לראות את המספרים הראשוניים כמעין אטומים של המספרים הטבעיים.

חלוקות המספר הן הדרכים השונות להציג מספר כסכום של מספרים קטנים ממנו או שווים לו. לדוגמה, החלוקות של המספר 3 הן:  $3=3$ ,  $3=1+2$ ,  $3=1+1+1$ . המעניין במושג החלוקה הוא שלכל מספר יש מספר חלוקות שאפשר לגלות בתהליך של חקר יצירתי:

המספר	מספר החלוקות
1	1
2	2
3	3
4	5
5	7
6	11

המתמטיקאי ההודי רמנוג'אן שהיה בעל יכולת ראייה ישירה במתמטיקה גילה אלפי נוסחאות בתורת המספרים. רמנוג'אן עסק רבות בחלוקות המספר וגילה עבורן תכונות שמעסיקות מתמטיקאים עד היום.

### רקע מתמטי:

רמנוג'אן היה מתמטיקאי הודי מפורסם. הוא נולד בשנת 1887 ונפטר בשנת 1920. מגיל צעיר עסק במתמטיקה וגילה בכוחות עצמו נוסחאות רבות. בעקבות התכתבות עם המתמטיקאי האנגלי הארדי, שהיה מפורסם בתקופתו, רמנוג'אן עזב את משפחתו ונסע לעבוד עם הארדי באנגליה. רמנוג'אן גילה קרוב לארבעת אלפים נוסחאות מתמטיות בלי שהיה מסוגל להוכיח את נכונותן. לפיכך מסיקים כי הייתה לו ראייה ישירה של המתמטיקה שהביאה להצלחותיו הבלתי רגילות בה. עם זאת הוא לא הסתגל לחיים באנגליה וחלה שם. בשנת 1919, לאחר חמש שנים של שהייתו בקיימברידג', שב להודו ונפטר שם בשנת 1920 בגיל 32. רמנוג'אן חקר רבות את מספר החלוקות של המספר. חלוקות המספר הן הדרכים השונות להציג מספר כסכום של מספרים קטנים ממנו או שווים לו כשאינן כל חשיבות לסדר המספרים. לדוגמה, שלוש החלוקות של המספר 3 הן:  
 $3=3$   $3=1+2$   $3=1+1+1$

### הטבלה להלן מציגה את חלוקות המספרים מ-1 עד 4 ואת מספרן:

המספר	החלוקות השונות	מספר החלוקות
1	$1=1$	1
2	$2=1+1$ $2=2$	2
3	$3=1+1+1$ $3=1+2$ $3=3$	3
4	$4=1+1+1+1$ $4=1+1+2$ $4=2+2$ $4=1+3$ $4=4$	5

סדרת מספרי החלוקות של המספרים הטבעיים מתחילה אם כך ב-1,2,3,5, ועשרה איבריה הראשונים הם: **1,2,3,5,7,11,15,22,30,42**



# רמנוג'אן

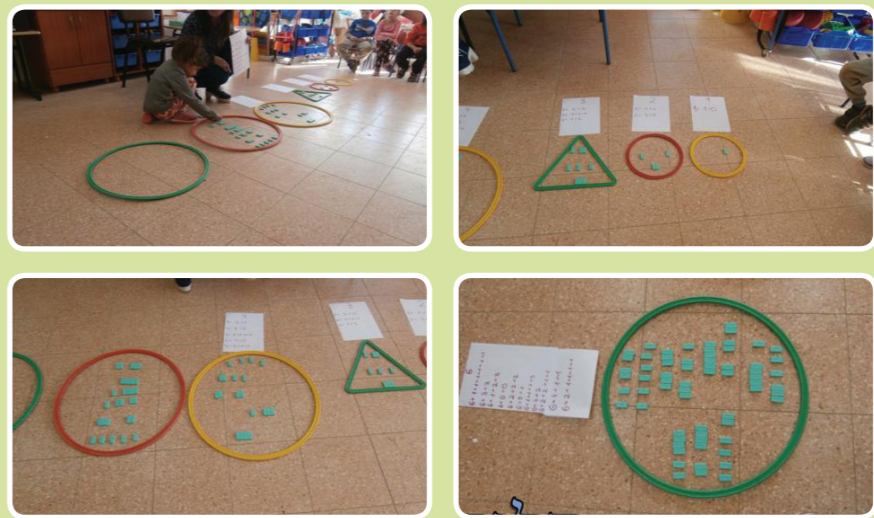
## כמה חלוקות שונות יש למספר?

**סיפור לילדים:**

רמנוג'אן עבד לפרנסתו כפקיד בנמל בהודו. אבל מה שעניין אותו באמת היה עולם המספרים. הוא כתב מכתב למתמטיקאי אנגלי מפורסם בשם הארדי על המחקרים שלו במתמטיקה. הארדי התלהב מהתגליות שלו והזמין אותו לעבוד איתו. רמנוג'אן נסע לאנגליה וגילה אלפי נוסחאות במתמטיקה. כששאלו אותו איך ידע שהן בכלל נכונות ענה שהאלה מהעיר ההודית נאמאקל, שהיא אלת משפחתו, לוחשת לו אותן באוזן.



פעילות חלוקות המספר  
גן אופירה, יקנעם



פעילות חלוקות המספר  
גן יקינטון, יקנעם

**פעילות:  
חלוקות המספר**

חלוקה של מספר היא דרך מסוימת להציג אותו כסכום מספרים טבעיים. לדוגמה: החלוקות של המספר 3 הן:  $3=3$ ,  $3=2+1$ ,  $3=1+1+1$ . חשיבות הנושא נובעת מכך שמציאת חלוקות המספר מפתחת חשיבה יצירתית.

**מתוך תכנית הלימודים:**

הילד ידע להפריד ולצרף כמויות מוחשיות בטווח מ-0 עד 10.

**מטרת הפעילות:**

לדעת מהי חלוקה של מספר.

**עזרים:**

דף נייר, כדורים, זרעים או מטבעות, עיפרון.

**מילות מפתח:**

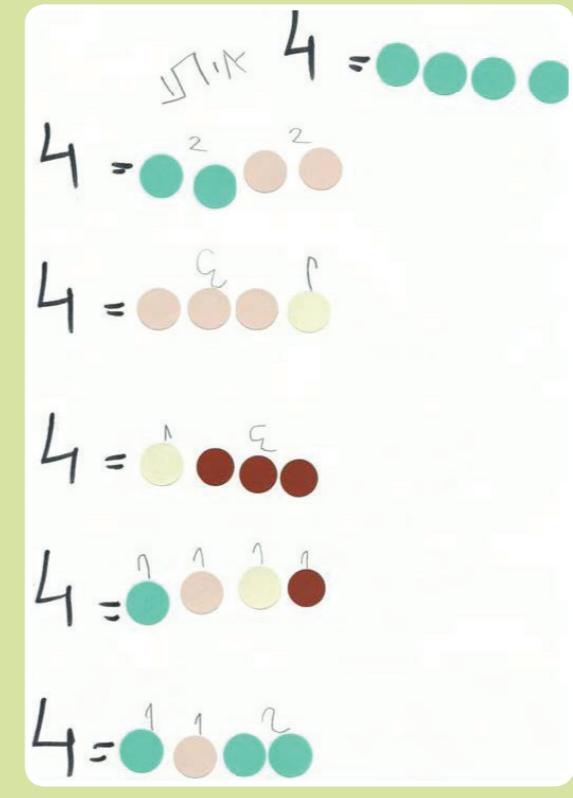
מספר, חלוקה, חלוקת מספר.

**מהלך הפעילות:**

**בשלב ראשון** הגננת מדגימה בפני הילדים את שלוש החלוקות של המספר 3. לאחר מכן הילדים יוצרים בעצמם את כל החלוקות של המספר 4.



פעילות חלוקות המספר  
גן קשת, נטור



פעילות חלוקות המספר  
גן רימון, יקנעם

**בשלב שני** הילדים יוצרים עם זרעים את החלוקות של 5.

**שאלות השיח:**

- כמה חלוקות שונות יש למספר 1?
- כמה חלוקות שונות יש למספר 2?
- כמה חלוקות שונות יש למספר 3?
- כמה חלוקות שונות יש למספר 4?
- כמה חלוקות שונות יש למספר 5?

**פעילות:**  
**תמורות המספר 3**

תמורה היא סידור של עצמים בשורה כשיש חשיבות לסדר האיברים.



פעילות תמורות המספר 3  
גן ארגמן, טבריה

**מטרת הפעילות:**

לדעת מהי תמורה.

**מילות מפתח:**

שורה, סדר, סידור, תמורה.

**עזרים:**

נרות לחנוכה ב- 3 צבעים.

**מהלך הפעילות:**

**בשלב ראשון** הילדים מסתדרים בשורה בדרכים שונות.

הם בודקים כמה אפשרויות שונות יש.

לדוגמה:

**דני, יוסי, צבי**

**דני, צבי, יוסי**

וכך הלאה, סה"כ שישה סידורים שונים.

**פעילות:**  
**תמורות המספר 4**

**מטרת הפעילות:**

ליצור תמורות של המספר 4.

**עזרים:**

דף נייר, מדבקות צבעוניות בארבעה צבעים שונים.

**מילות מפתח:**

סדר, סידור, תמורה.

**מהלך הפעילות:**

הילדים יוצרים את כל 24 התמורות של ארבעה עצמים באמצעות מדבקות/ פיסות נייר צבעוניות.

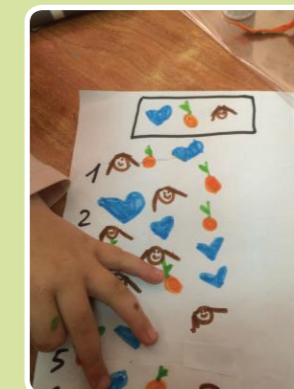


גן נוריות, טבעון



פעילות בתמורות

**בשלב שני** הגננת נותנת לילדים 3 נרות בצבעים שונים בחנוכייה ודף לתיעוד. ומבקשת שיסדרו בדרכים שונות את החנוכייה (פעילות מוחשית) וכל פעם יתעדו בהתאם.



פעילות בתמורות  
**גן ורד, יקנעם**

**שאלות השיח:**

- בכמה דרכים שונות ניתן לסדר שלושה ילדים בשורה?
- כמה תמורות יש עם שלושה נרות?



# אל-ח'וואריזמי

איך מוצאים מספר שהוא נעלם?



גן אופירה, יקנעם

### שאלות השיח

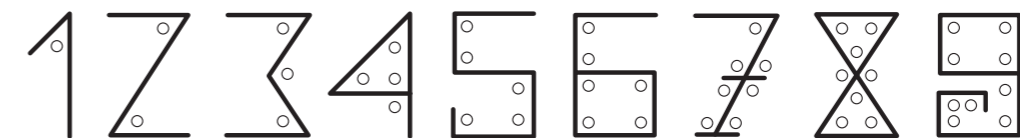
- בין כל התמורות של 4 עצמים בצבעים שונים, ביניהם אדום, כמה תמורות מתחילות בצבע אדום?
- בין כל התמורות של 4 עצמים בצבעים שונים, ביניהם אדום, כמה תמורות מסתיימות בצבע אדום?
- בכמה תמורות של 4 עצמים בצבעים שונים, ביניהם אדום, העצם השלישי הוא בצבע אדום?
- בכמה תמורות של 4 עצמים בצבעים שונים, ביניהם אדום, העצם השני הוא בצבע אדום?

**רקע מתמטי:**

אל-ח'ואריזמי היה מתמטיקאי פרסי שפעל בבגדד. הוא נולד בשנת 780 לספירה ונפטר בשנת 845 לספירה. הוא למד מתמטיקה בבית החכמה ותרגם לפרסית ספרי מדע ומתמטיקה יוונים. הוא הפיץ את השימוש במספר 0 ותרגם את השיטה ההודית לייצג מספרים בבסיס 10. בשיטה הזו לכל ספרה במספר יש ערך שונה על פי המיקום שלה במספר. לדוגמה, במספר 999 הספרה 9 הראשונה משמאל מייצגת מאות, ולכן הערך שלה הוא 900: הספרה 9 באמצע מייצגת עשרות והערך שלה הוא 90 והספרה 9 האחרונה מייצגת יחידות והערך שלה הוא 9. לפיכך הערך הכולל של המספר הוא:

$$999 = 900 + 90 + 9$$

לאל-ח'ואריזמי מיוחס הסבר לצורת רישום המספרים מ-1 עד 9 בשיטה הודית: מספר הזוויות בצורת המספר שווה לערך המספר:



אל-ח'ואריזמי כתב ספר חשוב שנקרא "אלגברה". בספר זה הוא תיאר שיטה שבה ניתן לפתור משוואות ממעלה ראשונה וממעלה שנייה. דוגמה למשוואה ממעלה ראשונה בסימונים של היום היא:

$$3x + 6 = 18$$

הפתרון של משוואה זו מושג בשלבים הבאים הכוללים חיסור וחילוק:

$$3x = 18 - 6 = 12$$

$$x = 12 : 3 = 4$$

**סיפור לילדים:**

כשאל-ח'ואריזמי היה נער הוא היה רועה כבשים. יום אחד הוא יצא לשדה עם 5 כבשים. בצהריים הוא התעייף ונרדם ליד עץ. כשהוא התעורר הוא ראה רק 3 כבשים.

הוא חשב כמה כבשים נעלמו לו. הוא הבין שנעלמו לו 2 כבשים. הוא הלך לחפש אותן בוואדי הקרוב ומצא אותן למזלו. כשגדל הוא החל להתעניין במספרים, בחר לעבוד במקצוע המתמטיקה ובעזרתה גילה דרכים למציאת מספרים נעלמים.

**פעילות:  
כתיבת מספרים**

**מתוך תכנית הלימודים:**

הילד ידע לזהות ולייצג את המספרים מ-0 עד 10.

**מטרת הפעילות:**

להתאמן בכתיבת המספרים מ-1 עד 9 בצורה הקושרת בין ערכם ומספר הזוויות בצורתן.

**עזרים:**

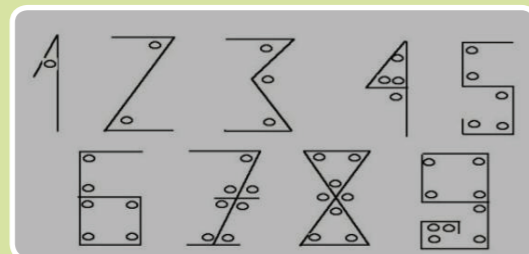
דף נייר עם צורות "זוויתיות" של כתיבת מספרים מ-1 עד 9, דף נייר עם ציור עיגול, דף נייר ריק, עיפרון.

**מילות מפתח:**

שמות המספרים מ-0 עד 9, זוויות, עיגולים.

**מהלך הפעילות:**

בשלב ראשון הילדים מקבלים דף בו מוצגות צורות "זוויתיות" של כתיבת המספרים מ-1 עד 9 ומתבקשים בכל צורה לצייר בכל זווית עיגול קטן. אחר כך עליהם למנות את העיגולים בכל צורה ובכך לגלות את ערך המספר המוצג בצורה זו.



**בשלב שני**

הילדים מקבלים דף עם צורה סגלגלה ומתבקשים למצוא בה זוויות. אין זוויות, אין מקום לצייר עיגולים קטנים, אין מה למנות, אין מספר. זוהי הצורה של המספר המיוחד בשם "אפס".



**בשלב שלישי**

הילדים מקבלים דף נייר ריק ומתאמנים בכתיבת המספרים מ-0 ועד 9.

**שאלות השיחה:**

מהו הקשר שיש בין ערך המספר וצורת הכתיבה "הזוויתית" שלו? איך כותבים מספר הנקרא "אפס"?

**פעילות:**

**נקודות על קובייה**

**מתוך תכנית הלימודים:**

הילד ידע למנות עצמים עד 20.

**מטרת הפעילות:**

למנות את מספר הנקודות שעל קוביית משחק.

**עזרים:**

קוביית משחק.

**מילות מפתח:**

קוביית משחק, פאות הקובייה.

**מהלך הפעילות:**

הילדים מתבקשים לזהות את מספר הנקודות על כל אחת מהפאות של הקובייה. לאחר מכן הגננת שואלת את הילדים כמה נקודות יש ביחד על כל 6 הפאות. זהו בעצם תרגיל חיבור של המספרים העוקבים הבאים:

$$1+2+3+4+5+6=21$$

כמו כן הילדים יכולים למנות את כל הנקודות על כל הפאות ברצף ולהגיע לתוצאה: **20 ועוד 1**.



**פעילות:  
קסם הקובייה**

**מתוך תכנית הלימודים:**

התנסות בפעולות חיבור וחיסור.

**מטרת הפעילות:**

לגלות את החוקיות של מספר הנקודות שעל פאות קוביית משחק.

**עזרים:**

קוביית משחק.

**מילות מפתח:**

קוביית משחק, פאות הקובייה.

**מהלך הפעילות:**

הילדים זורקים קוביית משחק. על סמך המספר שמופיע לאחר ההטלה של הקובייה הם צריכים לנחש מהו המספר שמופיע למטה. לאחר כל "ניחוש" הם בודקים את המספר למטה. בדרך זו, לאחר מספר ניסויים, הילדים מגלים שכשמטילים קובייה אפשר לדעת על סמך המספר על הפאה שנמצאת למעלה איזה מספר נמצא למטה, כי שני המספרים משלימים זה את זה ל-7.



מספר על הפאה שמוך	מספר על פאת קובייה
1	6
2	5
3	4

בכך הילדים מתרגלים ומגלים את ה"קסם" של קוביית המשחק. באמצעות הבנת הקסם אפשר לחשב את מספר הנקודות בכל פאות הקובייה גם באמצעות תרגיל הכפל:  $21=3 \times 7$ . הילדים משחקים משחק סולמות ונחשים כאשר מספר הצעדים הוא דווקא המספר שרשום מתחת לקובייה.



גן יקינטון, יקנעם

**שאלות השיח:**

- כמה פאות יש לקוביית משחק?
- האם לכל פאה בקוביית משחק יש פאה ממולה?
- כמה זוגות של פאות זו מול זו יש בקוביית משחק?
- כמה נקודות יש בשתי פאות הנמצאות זו זו מול זו בקוביית משחק?
- כאשר קוביית משחק עומדת על שולחן, כמה פאות נמצאות מעל לשולחן? על השולחן? במקביל לשולחן? במאונך לשולחן?
- האם ייתכן, שבקוביית משחק העומדת על שולחן בפאה העליונה יש 5 נקודות ובפאה שעל השולחן 3 נקודות?
- אם בפאה העליונה של קוביית המשחק העומדת על שולחן יש 6 נקודות, כמה נקודות יש בסך הכל בכל הפאות שמעל לשולחן?


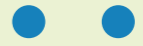
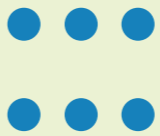
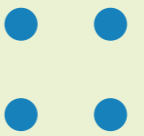


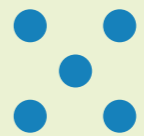
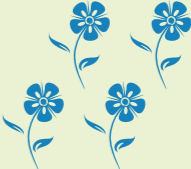


**פעילות:  
לוחות מספרים**

**מתוך תכנית הלימודים:**

הילד ידע לזהות ולייצג את המספרים מ - 0 ועד 10.

**מטרת הפעילות:**

ללמוד להתאים כמות למספר וכמות לכמות.

1		5	
			3
	2		
4			6

**עזרים:**

שש עשרה קוביות משחק, לוח מקריות.

**מילת מפתח:**

שם המספר.

**מהלך הפעילות:**

הילדים זורקים קוביות משחק בזה אחר זה. עליהם למקם אותם על לוח המקריות עד שכל שש-עשרה המשבצות מתמלאות. הם יוצרים התאמה בין מספרי הנקודות שיוצאים בקובייה לבין כמויות של הנקודות והציורים המוצגים בלוח והמספרים הרשומים בו. אם הלוח מלא כבר במספר שהם צריכים להניח הם זורקים את הקובייה שוב. זוהי דוגמה למשחק של שיתוף פעולה שאין בו מנצחים.

**פעילות:  
מספרים נעלמים**

**מטרת הפעילות:**

להבין מהו מספר נעלם.

**עזרים:**

כוסות אטומות, מטבעות.

**מילת מפתח:**

נעלם.

**מהלך הפעילות:**

**בשלב ראשון** ילד מקמץ מספר אצבעות ביד ומושיט את היד קדימה. ילדים אחרים צריכים להגיד (לשער) כמה אצבעות הוא קימץ באמצעות התבוננות על מספר האצבעות המושטות שהם רואים. הם מבצעים זאת באמצעות השלמה של מספר האצבעות המושטות לחמש (הפעולה זהה לחיסור מספר האצבעות הנראות מהמספר 5).



## אבן עזרא

איך אפשר לכתוב מספרים  
בעזרת אותיות עבריות?



גן יקינטון, יקנעם

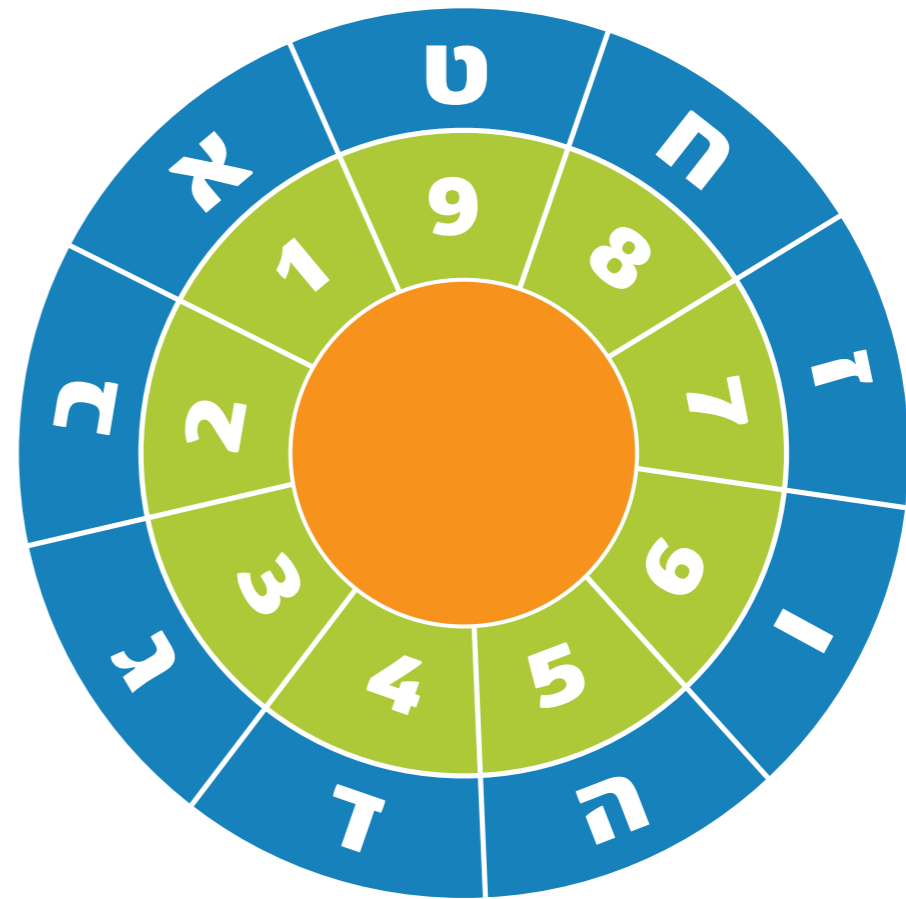
**בשלב שני** על השולחן מונחים מספר מטבעות. הילד מונה את המטבעות. לאחר מכן הוא עוצם עיניים וילד אחר מכסה מספר מטבעות מתוכם על ידי כוס אטומה. הילד פוקח עיניים וצריך להגיד על סמך מה שהוא רואה על השולחן כמה מטבעות מכסה הכוס. לשם כך הילדים צריכים לבצע פעולת החיסור - לחסר את מספר המטבעות מחוץ לכוס ממספר כל המטבעות, או פעולת השלמה - להשלים את מספר המטבעות מחוץ לכוס עד למספר כל המטבעות.



גן יקינטון, יקנעם

**רקע מתמטי:**

רבי אברהם בן מאיר אבן עזרא היה פרשן מקרא, משורר, בלשן ומתמטיקאי מהעיר טודלה בספרד. הוא נולד בשנת 1089 לספירה ונפטר בשנת 1164 לספירה. הוא עסק במתמטיקה ובאסטרונומיה. חיבורו המתמטי החשוב הוא "ספר המספר", המוקדש לאריתמטיקה (כללי החשבון). הספר עוסק בשיטה העשרונית לייצוג מספרים ובאופן השימוש בה. במקום הספרות ההודיות 1 - 9 השתמש אבן עזרא באותיות העבריות אל"ף-ט"ת. אבן עזרא סימן את האפס בעיגול וכינה אותו "גלגל". בספר יש שבעה שערים: שער הכפל, שער החילוק, שער החיבור, שער החיסור, שער השברים, שער הערכים ושער השורשים.



**סיפור לילדים:**

כשאבן עזרא היה ילד הוא אהב מספרים ואותיות. יום אחד שאל את עצמו איך אפשר לכתוב מספרים בעזרת אותיות. "זה פשוט מאוד", אמר. "את המספר 1 אפשר לכתוב עם האות אל"ף, את המספר 2 אפשר לכתוב עם האות בי"ת ואת המספר 3 אפשר לכתוב עם האות גימ"ל, וכך הלאה. אבל איך אכתוב את המספר 0? חשב. פתאום צץ במוחו רעיון לכתוב את המספר 0 באמצעות ציור של גלגל. כך מצא דרך פשוטה לכתוב מספרים רק באמצעות אותיות וציור של גלגל.



גן יקינטון, יקנעם

**פעילות: יחס סדר בין מספרים**

**מתוך תכנית הלימודים:**

הילד ידע להשתמש במספרים סודרים עד שישי.

**מטרת הפעילות:**

לתרגל את הבנת הסימנים <, >, = במספרים עד 6.

**עזרים:**

שש-עשרה קוביות משחק, לוח מקריות.

**מילות מפתח:**

שמות מספרים, יחס סדר, סימני שוויון ואי-שוויון.

**מהלך הפעילות:**

בפעילות זו הילדים לומדים להשתמש בסימני היחס  $>$   $<$   $=$   $\neq$ . הם זורקים בזה אחר זה 16 קוביות משחק ומתבקשים להניח כל קובייה על משבצת מסוימת בלוח יחסי הסדר, כזאת שהמספר שהתקבל בזריקת הקובייה מתאים ליחס הסדר הרשום במשבצת. במקרה כזה יש מספר אפשרויות. **מטרת המשחק** היא למלא את הלוח. גם משחק זה אינו תחרותי אלא של שיתוף פעולה.



גן יקינטון, יקנעם

$\text{cube} = 1$	$\text{cube} \neq 1$	$\text{cube} = 6$	$\text{cube} < 5$
$\text{cube} \neq 1$	$\text{cube} > 2$	$\text{cube} < 6$	$\text{cube} = 3$
$\text{cube} < 4$	$\text{cube} = 2$	$\text{cube} < 3$	$\text{cube} \neq 2$
$\text{cube} = 4$	$\text{cube} > 1$	$\text{cube} = 5$	$\text{cube} \neq 3$

**שאלות השיח:**

- בין שני המספרים 3 ו-5, איזה מספר גדול יותר ואיזה קטן יותר?
- בין שלושת המספרים 4, 2, 6 איזה מספר קטן מאחרים ואיזה גדול מאחרים?
- בין המספרים 2, 5, 1, 6, 4, 6, 2 האם יש מספרים אשר שווים זה לזה? אם כן, מהם?
- סדר את המספרים 2, 1, 4, 5, 3 לפי הסדר מהקטן לגדול ומהגדול לקטן.

**פעילות:**  
**כתיבת מספרים באמצעות ציורים וסימנים שונים**

**מתוך תכנית הלימודים:**

הילד ידע לזהות ולייצג את המספרים מ-0 ועד 10.

**מטרות הפעילות:**

- להמציא דרכים חדשות לכתוב את המספרים.
- לגעת ברעיון ששיטת הסימון של המספרים היא עניין של הסכמה.

**עזרים:**

דף נייר עם שורת המספרים מ-1 עד 10 כתובים בצורה רגילה, עיפרון.

**מילות מפתח:**

כתיבה, מספרים, סימנים.

**מהלך הפעילות:**

**בשלב ראשון** הגננת מבקשת מהילדים להמציא דרכים חדשות לכתוב את המספרים מ-1 עד 10 (כלומר, להמציא סימנים חדשים שיציגו את המספרים במקום הספרות). למען כך, בדף נייר עם שורת מספרים הכתובים בספרות רגילות, יש לצייר מתחת לכל מספר סימן או ציור קטן (פרח, בית, כוכב וכדומה) אשר מעתה יציג מספר זה.

**בשלב שני** הגננת מבקשת מהילדים לכתוב על הנייר בעזרת הסימנים החדשים שהומצאו למספרים פעולות חיבור מספרים, כגון שתיים ועוד שלוש שווה חמש, חמש ועוד חמש שווה עשר וכדומה.

**בשלב שלישי** הגננת מציעה לילדים להמציא סימון עבור מספר שהוא כלום, כלומר עבור המספר אפס.

**שאלות השיח:**

- איך נבחרו הסימנים של המספרים?
- האם אפשר לכתוב מספרים בצורה שונה מזו שכבר הומצאה?
- איך אפשר לכתוב סימן של כלום?
- כמה סימנים ניתן להמציא לכל מספר - אחד, שניים, הרבה?

**פעילות:**  
**המספר אפס**

**מתוך תכנית הלימודים:**

הילד ידע לזהות ולייצג את המספר 0.

**מטרת הפעילות:**

להכיר את מושג המספר אפס.

**עזרים:**

פריטים קטנים, למשל חרוזים, כלי להחזקת פריטים.

**מילות מפתח:**

אפס, מספר, המספר אפס.

**מהלך הפעילות:**

**בשלב ראשון** הגננת מבקשת מהילדים למנות מספר חפצים בעלי תכונה מסוימת בגן או בחצר (למשל, כמה פרחים ישנם בחצר הגן?). לאחר מכן היא מבקשת מהם למנות עצמים אשר לא נמצאים בסביבה (למשל, כמה ג'רפות יש בחצר הגן?). בדרך זו היא מעוררת את מושג המספר אפס אצל הילדים.

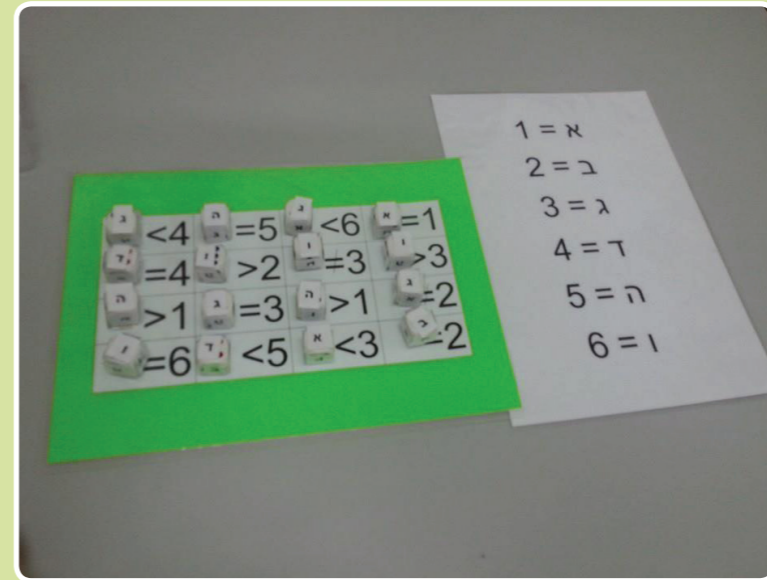
**בשלב שני** הגננת מניחה בתוך הכלי מספר קטן של פריטים ומאפשרת לילדים לקבוע כמה פריטים יש בכלי. לאחר מכן היא מוציאה מהכלי את הפריטים, בהדרגה, אחד-אחד, וכל פעם שואלת מהו **מספר** הפריטים הנשארים בכלי. כאשר כל הפריטים הוצאו מהכלי, הגננת מבקשת מהילדים להגיד כמה פריטים לדעתם יש כעת בכלי.



כלי עם פריטים

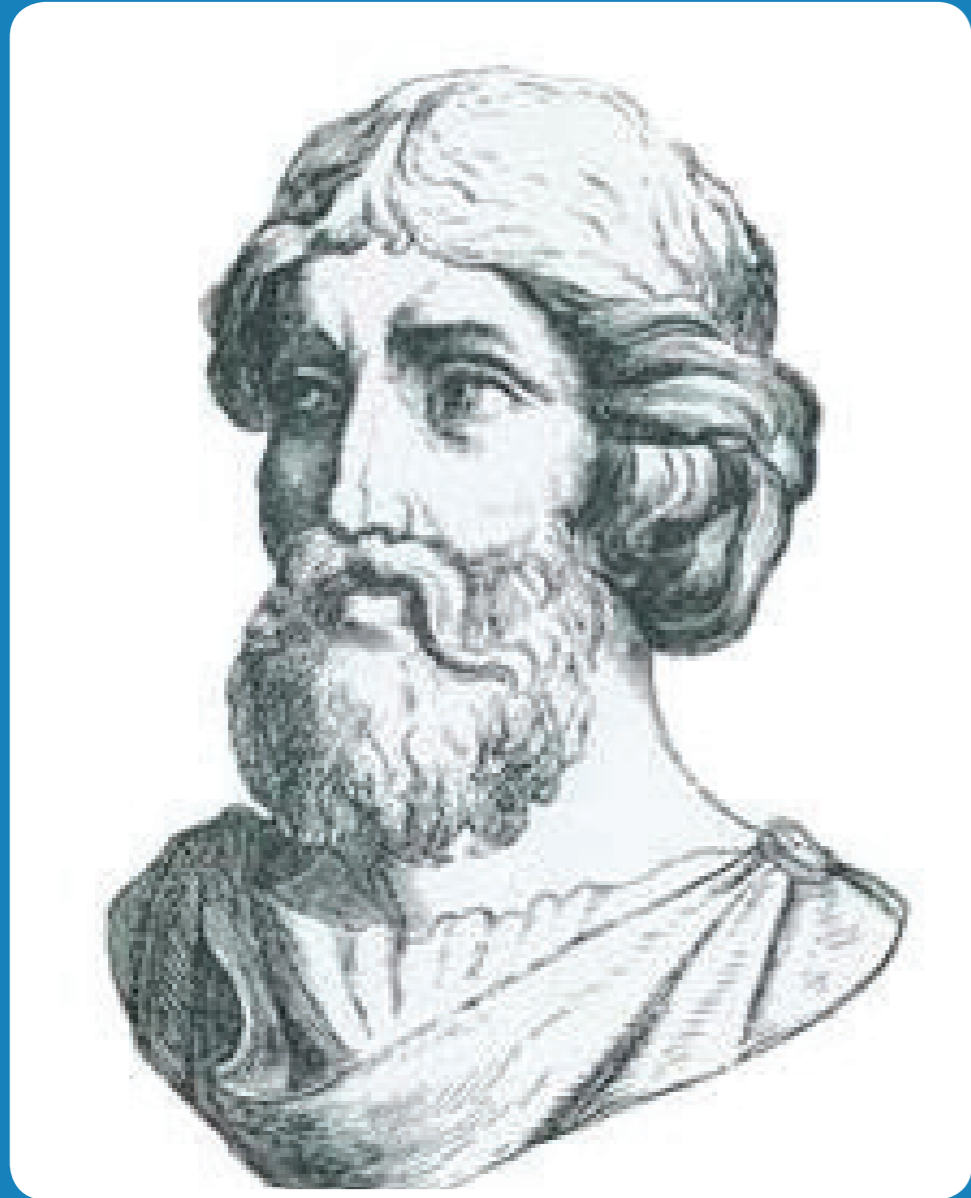
**שאלות השיח:**

- מהי המשמעות של המילה "אפס"?
- האם יש הבדל בין המילה אפס ובין המילה כלום מבחינת משמעותן?
- מהי המשמעות של המספר אפס?
- האם תמיד המילה "אפס" מסמנת מספר?
- האם בביטויים כמו "אפס זמן", "אפס מקום" המילה "אפס" מסמנת מספר?
- האם במשפט "בתיק יש אפס עפרונות" המילה "אפס" מסמנת מספר?



גן זמיר, קריית שמונה

**פרק שני:****גאומטריה**



## פיתגורס

האם אפשר לבטא את חוקי הטבע  
בעזרת מספרים?

### על הגאומטריה

הגאומטריה עוסקת בתכונות אופייניות של צורות במישור ובמרחב. המושגים הבסיסיים הם נקודה וקו שבאמצעותם אפשר ליצור את הצורות האחרות, למשל משולשים, מרובעים, מחומשים וכו'. קו יכול להיות גם עקום וליצור למשל מעגל. הגאומטריה של המישור מתוארת בספר היסודות של אוקלידס. הספר פותח בהגדרות היסוד ומתאר חמש אקסיומות, שהן הנחות, אשר אין להוכיח אותן אלא יש לקבל אותן ללא הוכחה, כאמיתות:

1. דרך שתי נקודות ניתן להעביר קו ישר יחיד.
2. כל קטע סופי ניתן להמשיך כישר אינסופי לשני צדדיו.
3. בהינתן נקודה וקטע קיים מעגל יחיד שהנקודה היא מרכזו והקטע הוא רדיוסו.
4. כל שתי זוויות ישרות הן שוות.
5. אם יש שני ישרים וישר שלישי חותך את שניהם והזוויות הפנימיות בינו והישרים בצד אחד מסתכמות ביותר (או בפחות) מ-180 מעלות אז שני הישרים נחתכים.

באמצעות האקסיומות הללו הוכיח אוקלידס משפטים שונים בגאומטריה, למשל את המשפטים הבאים: שתי זוויות נגדיות במקבילית הן שוות, סכום הזוויות בכל משולש הוא 180 מעלות, זוויות הבסיס של משולש שווה שוקיים שוות, כל זווית במשולש שווה צלעות היא בת 60 מעלות, שטח של משולש הוא אורך הבסיס כפול הגובה חלקי 2, משפט פיתגורס וכו'.

במאה ה-19 פיתחו מספר מתמטיקאים גאומטריה חדשה שבה האקסיומה החמישית של אוקלידס לא מתקיימת. הגאומטריה הזו נקראת גאומטריה לא אוקלידית. גאומטריה זו מתאימה לתיאור של המרחב על פי תורת היחסות הכללית שפיתח איינשטיין.

הגאומטריה של המרחב עוסקת בתכונות של גופים בעלי 3 ממדים, כמו למשל קובייה, תיבה, גליל, חרוט, פירמידה וכדור. המתמטיקאי היווני ארכימדס עסק בשיטות לחישובי נפח של גופים במרחב.



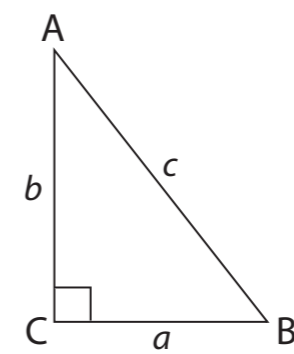
**רקע מתמטי:**

פיתגורס היה מתמטיקאי ופילוסוף יוני חשוב. הוא נולד באי סאמוס בשנת 582 לפני הספירה ונפטר בשנת 496 לפני הספירה. לאחר שנות נדודים רבות הוא ייסד באי קרוטון את האסכולה הפיתגוראית. פיתגורס היה אחד הראשונים שהבינו שצורת הארץ היא כדור. הוא גילה זאת בעקבות התבוננות בצל העגול של כדור הארץ על הירח בזמן ליקוי ירח.



צלו העגול של כדור הארץ בזמן ליקוי ירח

פיתגורס גילה שקיים קשר עמוק בין מוסיקה למתמטיקה: יחסים הרמוניים בין מיתרים באורכים שונים נוצרים כשיחס האורכים הוא בין מספרים פשוטים כמו 4:5, 3:4, 2:3. בעקבות תגלית זו האמין ולימד את תלמידיו שניתן לתאר את העולם כולו באמצעות יחסים פשוטים בין מספרים טבעיים. המשפט המתמטי המיוחס לו נקרא "משפט פיתגורס", ועל פיו ריבוע היתר במשולש ישר זווית שווה לסכום הריבועים של שני הניצבים שלו:



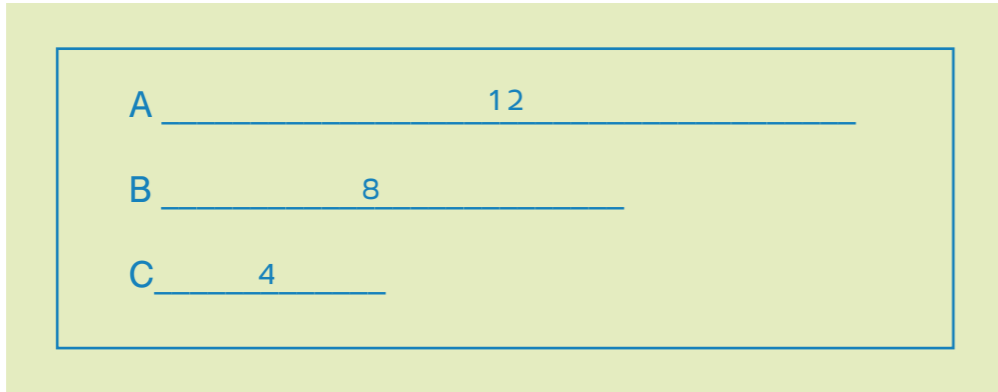
$$c^2 = a^2 + b^2$$

**מהי מידה משותפת של שני קטעים?**

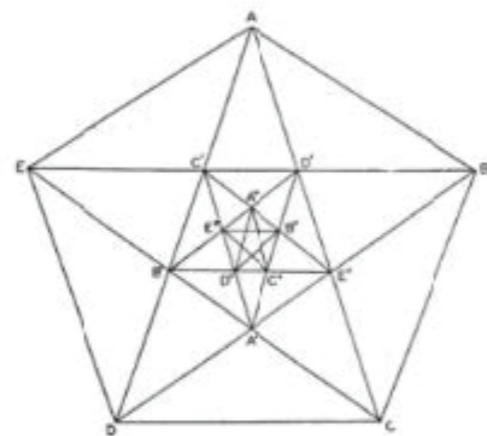
נתבונן בשני המספרים הבאים 15 ו-20. המספר 5 מחלק את שניהם והוא המחלק המשותף הגדול ביותר שלהם. המחלק המשותף הגדול ביותר של 12 ו-8 הוא 4. לכל שני מספרים טבעיים קיים מחלק משותף הגדול ביותר. לפעמים המספר הזה הוא 1, כמו למשל במקרה של המספרים 15 ו-28. מספרים כאלה נקראים "מספרים זרים".

בגאומטריה המושג המקביל למושג של המחלק המשותף של שני מספרים הוא המושג של מידה משותפת של שני קטעים.

נניח שנתונים שני קטעים A, B באורכים שונים שהם לאו דווקא מספרים שלמים. האם קיים קטע שלישי C אשר נכנס מספר שלם של פעמים ב-A ומספר שלם של פעמים ב-B? קטע כזה ייקרא מידה משותפת של A ו-B. בתקופתו של פיתגורס האמינו שלכל שני קטעים קיימת מידה משותפת.



היפאסוס היה אחד מתלמידיו של פיתגורס. הוא חקר את המחומש המשוכלל וצייר את חמשת אלכסוניו. הוא הוכיח שלא קיימת מידה משותפת לאלכסון המחומש ולצלע שלו. כלומר, לא קיים קטע שלישי הנכנס מספר שלם של פעמים בכל אחד משני הקטעים האלה. קיימת אגדה שבשל התגלית אשר סתרה את דבריו של פיתגורס, נענש היפאסוס וגורש מהקבוצה של תלמידי פיתגורס.



הציור במחומש משוכלל המוביל לגילוי של היפאסוס

**סיפור לילדים:**

ביוון העתיקה חי אדם חכם מאד בשם פיתגורס. כשהיה ילד לימדו אותו שאנחנו חיים על פני ארץ ישרה ושטוחה. כשהתבגר הוא צפה בליקוי ירח וראה את הצל העגול של כדור הארץ על פני הירח שנוצר כאשר כדור הארץ הסתיר את השמש מהירח. הוא הבין שהארץ היא כדור גדול. בימינו בנו חלליות שמצלמות את הארץ מהחלל ורואים שאכן פיתגורס צדק, ואנחנו חיים על כדור. אבל פיתגורס היה האדם הראשון אשר לימד אותנו את זה.

**פעילות:  
חקירת צל אדם**

**מתוך תכנית הלימודים:**

תחושה מרחבית וגיאומטרית, היכרות בסיסית עם גופים וצורות.

**מטרות הפעילות:**

- להבין כיצד נוצר צל אדם על פני הארץ.
- להבין כיצד צורת הצל של אדם קשורה לגוף שלו.

**מילות מפתח:**

אור, שמש, צל.

**מהלך הפעילות:**

ילדי הגן מתנסים בתופעת הצל. הם יוצאים לחצר בזמן שהשמש נמצאת מעליהם ורואים את הצל של עצמם. הם חוקרים את תנועתו בזמן שהם נעים. הגננת מעודדת אותם לשער השערות שונות לגבי הצל.



גן ורד, יקנעם

**שאלות השיח:**

- איך נוצר הצל?
- כיצד הצל של אדם מושפע מתנועתו?
- מה אפשר ללמוד על הגוף שלנו מצורת הצל שהוא מטיל?

**פעילות:  
הצל של כדור**

**מתוך תכנית הלימודים:**

תחושה מרחבית וגיאומטרית, היכרות בסיסית עם גופים וצורות.

**מטרות הפעילות:**

- להבין כיצד נוצר צל של עצם על פני הארץ.
- להבין כיצד גילה פיתגורס שכדור הארץ הוא אכן כדור.

**מילות מפתח:**

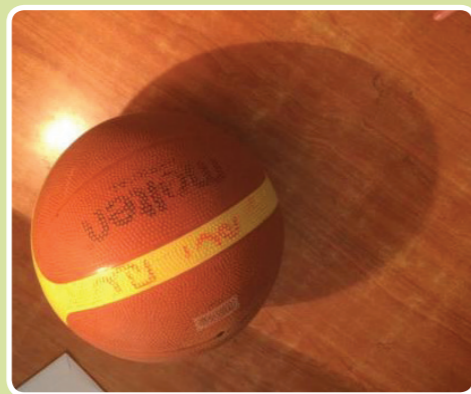
אור, ירח, כדור, כדור הארץ, ליקוי ירח, צל, שמש.

**עזרים:**

כדורים בגדלים שונים, פנס.

**מהלך הפעילות:**

הגננת משתמשת בגלובוס של כדור הארץ או בכדור כלשהו. היא מניחה אותו מול השמש או מול פנס בחדר חשוך. הילדים מתבוננים על צורת הצל של כדור. לאחר מכן הגננת מחליפה את הכדור בכדור אחר השונה בגודלו והילדים מתבקשים לחקור במה צלו דומה לצל הכדור הקודם ובמה שונה ממנו. ניתן להמשיך כך עם מספר כדורים בגדלים שונים.



גן ורד, יקנעם

**שאלות השיח:**

- מהי צורתו של צל הכדור?
- איך נוצר צל הכדור?
- האם יש השפעה של גודל הכדור על צורת צלו? אם כן, מהי?
- איך יודעים שכדור הארץ הוא עגול?
- מה זה ליקוי ירח?
- מה צורת הצל של כדור הארץ על הירח בזמן ליקוי ירח?

**העשרה לגננת:**

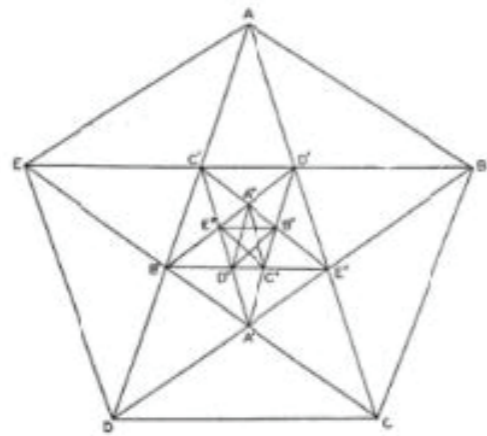
בעת ליקוי ירח, כדור הארץ נמצא בין השמש לירח ומסתיר את אור השמש מהירח. לפיכך הצל של כדור הארץ מוטל על הירח. צורת הצל של כדור הארץ היא עגולה ומכאן פיתגורס הסיק שהארץ היא כדור. מדינת ישראל משתתפת כיום בתחרות עולמית הממומנת על ידי חברת גוגל אשר מטרתה היא להנחית חללית על הירח. הפרויקט נקרא Space IL.

**חקר מחומש משוכלל****רקע מתמטי לגננת:**

לפיתגורס היה תלמיד מיוחד שקראו לו היפאסוס. הוא אהב במיוחד לחקור את התכונות של מחומש משוכלל וגילה שאפשר ליצור בתוכו סידרה אינסופית של מחומשים משוכללים. תגלית זו הביאה אותו למסקנה שהיחס בין אורך הצלע של מחומש משוכלל ואלכסונו אינו כמו היחס בין מספרים טבעיים. מסקנה זו סתרה בעצם את תורתו של פיתגורס שקבע בפני תלמידיו ש"הכול מספר" במובן שכל תופעה בטבע ניתן לתאר בעזרת מספרים טבעיים או מנותיהם (מספרים רציונליים). על פי אחת האגדות היפאסוס נענש על כך שתגליתו סתרה את תורתו של פיתגורס וגורש מהאגודה של תלמידי פיתגורס.

**סיפור לילדים:**

לפיתגורס היה תלמיד חכם שקראו לו היפאסוס. התלמיד אהב לחקור צורה שנקראת מחומש משוכלל שהוא מצולע עם חמש צלעות שוות וחמש זוויות שוות. יום אחד הוא צייר את חמשת האלכסונים של המחומש וגילה בפנים מחומש קטן יותר הדומה לראשון. הוא המשיך לחקור את התופעה היפה ויצר בתוך המחומש השני מחומש שלישי, עוד יותר קטן. כשהתברר לו שניתן להמשיך כך בלי סוף, היא הבין שמצא טעות בתורה של פיתגורס על מספרים. היפאסוס הלך לפיתגורס לספר לו על הטעות בתורתו שהוא גילה. אבל פיתגורס לא שמח אלא כעס עליו וגירש אותו מקבוצת תלמידיו. היום כולם יודעים שהיפאסוס צדק.



**פעילות:**  
**מחומש משוכלל**

**מתוך תכנית הלימודים:**

היכרות בסיסית עם צורות, מצולעים, מחומשים.

**מטרות הפעילות:**

- להכיר מצולעים עם שלוש, ארבע וחמש צלעות.
- להכיר את המחומש המשוכלל ולבנות בתוכו את מחומש משוכלל קטן יותר.

**עזרים:**

חוטים, מוטות, דפי נייר עם ציור של מחומש משוכלל, סרגלים, עפרונות (ביניהם צבעוניים).

**מילות מפתח:**

צלע, מצולע, משולש, מרובע, מחומש, מחומש משוכלל, קודקוד מחומש, אלכסון מחומש.

**מהלך הפעילות:**

**בשלב ראשון** הילדים מקבלים חוטים ומוטות ומנסים לממש את הצורות של משולש, מרובע, מחומש באמצעות מתיחת חוטים וסידור מוטות.



**גן ורד, יקנעם**

**בשלב שני** הילדים מקבלים דף נייר ריק ומתבקשים לצייר עליו משולש. לאחר שהם מצליחים במשימה הזו מבקשים מהם לצייר מרובע.

**בשלב שלישי** הילדים מקבלים דף נייר שעליו מצויר מחומש משוכלל. הם מתבקשים לתאר מה הם רואים. מבקשים מהילדים למנות את מספר הצלעות שלו ואת מספר זהו קו ישר המחבר שני קודקודיים הקודקודים שלו. מדגימים להם מהו אלכסון שאינם סמוכים זה לזה, כלומר לא שייכים לאותה צלע.

**בשלב רביעי** הילדים מתבקשים לצייר את חמשת האלכסונים של המחומש. הם מתבקשים לגלות מחומש קטן שנוצר בתוך הגדול ולציין את צלעותיו בצבע מיוחד. אפשר להמשיך את התהליך הזה פעם נוספת (ובאופן עקרוני אין סוף פעמים).



**גן סחלב, יקנעם**

**שאלות השיח:**

- למה קוראים למצולע מצולע?
- למה קוראים למשולש משולש ולמרובע מרובע?
- למה קוראים למחומש מחומש?
- כמה אלכסונים יש למחומש?
- לאיזה מחומש קוראים מחומש משוכלל?
- האם כל מחומש הוא מחומש משוכלל?
- מה מקבלים כשמציירים את חמשת האלכסונים של מחומש משוכלל?
- איך קוראים למצולע בעל שש צלעות?

**פעילות:**  
**גילוי כוכב מחומש בתפוח**

**מתוך תכנית הלימודים:**  
היכרות עם צורות, סימטריה.

**מטרת הפעילות:**  
לגלות את הכוכב המחומש שנוצר בחיתוך תפוח.

**עזרים:**  
תפוח, סכין, דף נייר, עיפרון.

**מילות מפתח:**  
כוכב, מחומש, כוכב מחומש.

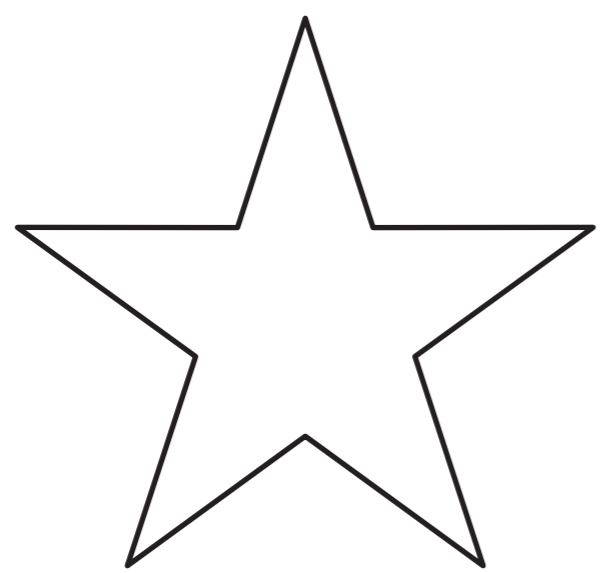
**מהלך הפעילות:**  
**בשלב ראשון** חותכים תפוח לאורך הציר הראשי שלו ומבקשים מהילדים לתאר את הצורה שנוצרת על ידי הזרעים שבתוכו. בדרך כלל זאת צורה של כוכב מחומש סביב זרעי התפוח.



**בשלב שני** הילדים מקבלים דף עם ציור של כוכב מחומש ומתבקשים למנות את מספר קודקודיו וצלעותיו.

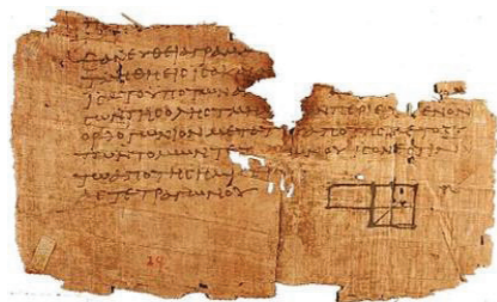
**שאלות השיח:**

- פעילות חקר עם תפוחים: האם בכל תפוח יש אותו מספר זרעים?
- איזו צורה במקרים רבים יוצרים הזרעים של התפוח?
- האם הכוכב המחומש הוא מצולע?
- כמה צלעות יש בכוכב המחומש? וכמה קודקודים?
- האם הכוכב המחומש הוא מחומש?



### רקע מתמטי:

אוקלידס היה מתמטיקאי יווני שפעל באלכסנדריה שבמצרים. הוא נולד בשנת 325 לפני הספירה ונפטר בשנת 265 לפני הספירה. הוא סיכם את כל הידע המתמטי שהיה עד לתקופתו בספר חשוב ומפורסם שנקרא "יסודות". הספר כולל שלושה-עשר כרכים, והוא נחשב עד היום לתנ"ך של המתמטיקה. אוקלידס הגדיר את המבנה השיטתי אשר על פיו מקובל לכתוב מתמטיקה, דהיינו הגדרות, אקסיומות ומשפטים אשר נובעים מהן.



ששת הכרכים הראשונים של הספר עוסקים בגאומטריה של המישור. העצמים הגאומטריים כוללים נקודות, קווים, משולשים, מרובעים, מעגלים, ועוד. הספר הראשון נפתח בתיאור מושגי היסוד של הגאומטריה - הנקודה והקו. לאחר מכן מופיעים חמשת הטיעונים הבסיסיים המתקבלים ללא הוכחה - האקסיומות של הגאומטריה במישור. רשימתן ודוגמאות למשפטים רבים שהוצאו מהן מובאות במסה "על הגאומטריה" הפותחת את הפרק השני. כפי שצוין בפתיח זה, המתמטיקאים במאה ה-19, על ידי הורדת האקסיומה החמישית מרשימת האקסיומות של אוקלידס, פיתחו גאומטריה חדשה, לא אוקלידית, המתממשת ביקומו גם כן, בתנאים מסוימים.

שלושת הכרכים הבאים של "יסודות" מוקדשים למספרים טבעיים ולמחלקותיהם. בפרט. לאוקלידס משייכים את ההוכחה של אינסופיות קבוצת המספרים הראשוניים והוכחת הנוסחה עבור הסכום של סדרה גאומטרית.

בכרך העשירי מתוארים מקרים של העדר מידה משותפת לגדלים גאומטריים ובכך נסללת הדרך לקיומם של מספרים אי-רציונאליים.

שלושת הכרכים האחרונים של ה"יסודות" עוסקים בתכונותיהם ואפיוניהם של גופים מרחביים-מקבילונים, מנסרות, פירמידות, חרוטים, גלילים ופאונים משוכללים.

נסכם בלומר שהספר "יסודות" של אוקלידס הוא אחד הספרים החשובים ביותר והמפורסמים ביותר בהיסטוריה של התרבות האנושית.



# אוקלידס

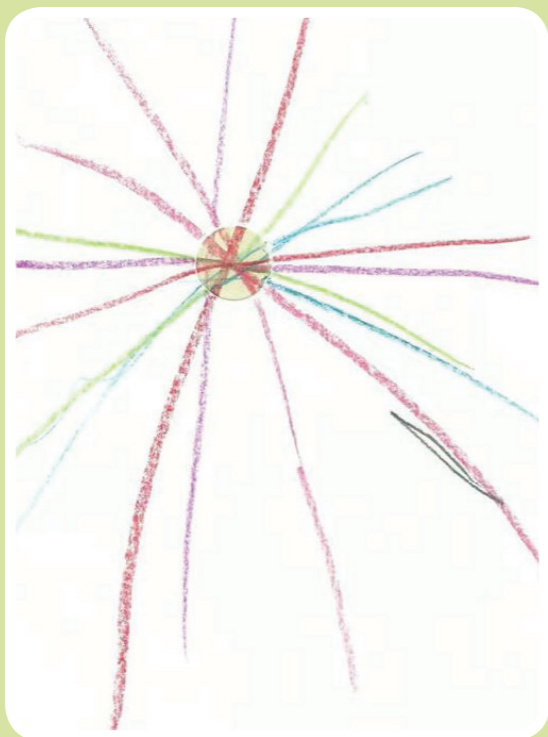
## מהם ישרים מקבילים?

**סיפור לילדים:**

לפני יותר מאלפיים שנה בעיר אלכסנדריה שבמצרים חי מתמטיקאי גדול בשם אוקלידס. לילה אחד חלם אוקלידס חלום מהמם. בחלום זה אוקלידס ראה ארץ שיש בה רק נקודות וקווים. לעתים היו הנקודות זזות ונפגשות. הנקודות והקווים חיו בנפרד ולא היה ביניהם קשר. יום אחד נפגשו שתי נקודות עם קו. הקו יצר גשר בין שתי הנקודות. הנקודות והקווים שמחו שהם יכולים ליצור יחד צורות חדשות שלא היו בעולם הזה קודם. הם יצרו יחד משולשים, מרובעים ומחומשים ועוד הרבה צורות, אף צורות מרחביות, כמו תיבות ומנסרות. אוקלידס התעורר מהחלום וכתב על צורות אלה ספר שנקרא "יסודות".



גן סחלב, יקנעם



גן רימון, יקנעם



גן סחלב, יקנעם

**הערה:** רצוי שלילדים תהיה הבנה שלביטוי 'קו ישר' ולמילה 'ישר' (ביחס לקווים) יש אותה משמעות, כלומר 'ישר' הוא השם של קו ישר.

**פעילות:  
יוצרים ישרים**

**מתוך תכנית הלימודים:**  
קווים ישרים.

**מטרת הפעילות:**  
להבין את המשמעות של המושגים: נקודה, קו, קו ישר.

**עזרים:**  
חוטים, חבלים, יתדות, סיכות.

**מילות מפתח:**  
נקודה, קו, ישר (תואר), קו ישר, ישר (שם).

**מהלך הפעילות:**  
**בשלב ראשון** הגננת מסמנת שתי נקודות באמצעות יתדות במקומות שונים על הקרקע בחצר הגן. הילדים מתבקשים לנוע בין שתי הנקודות תחילה באופן שרירותי ואחר כך בקו ישר. בסיום הם מקבלים חבל ומתבקשים לחבר בעזרתו את שתי הנקודות, תחילה באופן חופשי ואחר כך בקו ישר.

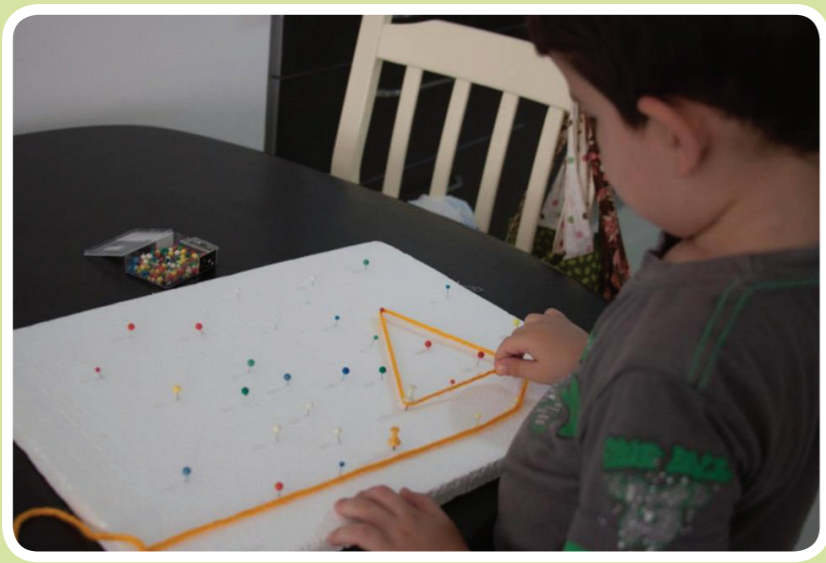
**בשלב שני** זוג ילדים הנמצאים במרחק מסוים זה מזה מתבקשים להחזיק את החוט בידיהם, תחילה בצורה חופשית, ואחר כך למתוח אותו עד ליישור, ללא שינוי מקומותיהם.

**בשלב שלישי** שלושה ילדים מותחים חוט ביניהם ומנסים ליישר אותו, ללא שינוי מקומותיהם.

**בשלב רביעי** משחקים במשחק שולחן עם סיכות וחוטים שמעבירים בין סיכות.

**שאלות השיח:**

- האם שני ילדים יכולים תמיד למתוח חוט ביניהם עד ליישורו?
- האם שלושה ילדים יכולים תמיד למתוח חוט ביניהם עד ליישורו?



**פעילות:  
ישר דרך נקודות**

**מתוך תכנית הלימודים:**  
קווים ישרים.

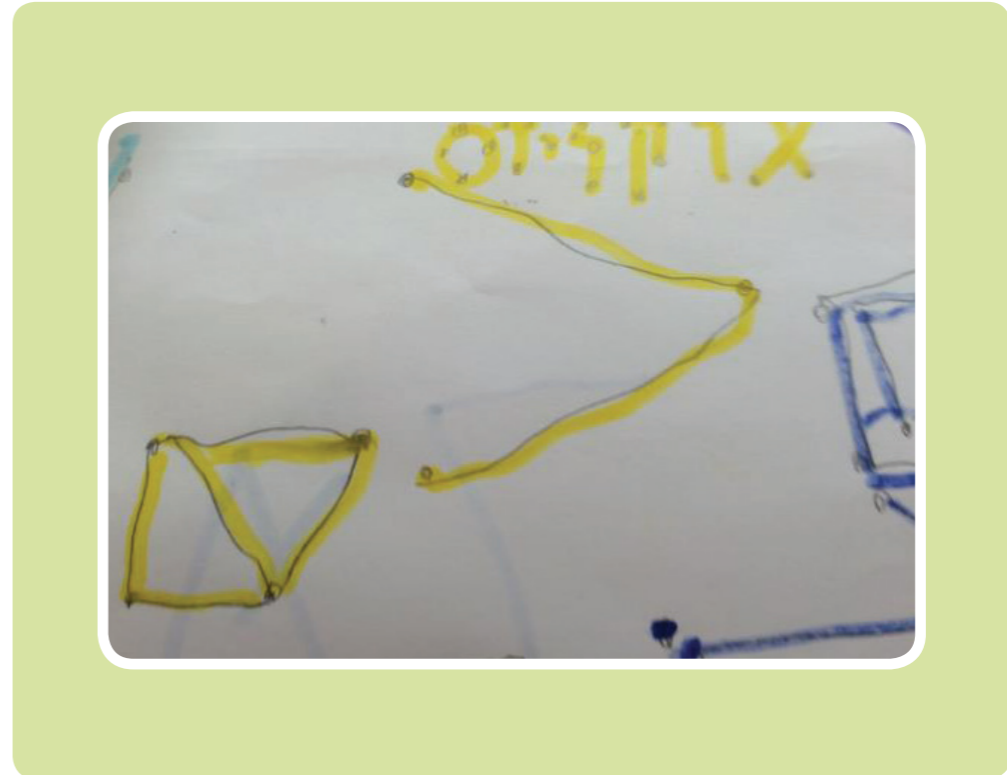
**מטרת הפעילות:**  
להבין שדרך כל שתי נקודות עובר ישר יחיד.

**עזרים:**  
דפי נייר שמצוירות עליהם נקודות, סרגלים, עפרונות.

**מילות מפתח:**  
נקודה, זוג, שלשה, זוג נקודות, שלשת נקודות, קו, קו ישר, ישר.

**מהלך הפעילות:**  
**בשלב ראשון** הילדים מקבלים דף נייר שעליו מצוירות שלשות של נקודות שלא על ישר אחד. לכל שלשה, הילדים מתבקשים לשרטט בעזרת עיפרון קו המחבר את הנקודות ובסוף השרטוט לוודא שהקווים הם לא ישרים.





**בשלב שני** הילדים מקבלים דף נייר שעליו מצוירים זוגות נקודות וסרגל. לכל זוג, הם מתבקשים לשרטט בעזרת עיפרון וסרגל קו ישר המחבר את שתי הנקודות.

**בשלב שלישי** הילדים מקבלים דף נייר נוסף שעליו מצוירות מספר נקודות ועליהם לשרטט את הישרים שעוברים בין כל שתי נקודות.

**שאלות השיח:**

- האם דרך כל שתי נקודות ניתן להעביר קו ישר?
- כמה קווים ישרים ניתן להעביר דרך שתי נקודות?
- האם דרך כל שלוש נקודות ניתן להעביר קו ישר?
- האם דרך כל ארבע נקודות ניתן להעביר קו ישר?
- כמה קווים ישרים עוברים דרך ארבע נקודות שכל שלוש מהן לא נמצאות על קו ישר?
- כמה קווים ישרים ניתן להעביר דרך שלוש נקודות הנמצאות על קו ישר?
- כמה קווים ישרים ניתן להעביר דרך שלוש נקודות שאינן נמצאות על קו ישר?

**פעילות:  
ישרים מקבילים**

**רקע מתמטי לגננת:** הגאומטריה האוקלידית מבוססת על קיומם של קווים ישרים, או בקצרה ישרים, מקבילים. לפני כ-200 שנים גילו שאפשר לפתח גאומטריה אחרת שבה אין קווים מקבילים בכלל. הגאומטריה הזו נקראת גאומטריה לא אוקלידית.

**מתוך תכנית הלימודים:**  
קווים ישרים.

**מטרת הפעילות:**  
להכיר את המושגים: קווים נחתכים, קווים מקבילים.

**עזרים:**  
דפי נייר, סרגלים, עפרונות (ביניהם צבעוניים).

**מילות מפתח:**  
ישרים נחתכים, ישרים מקבילים.

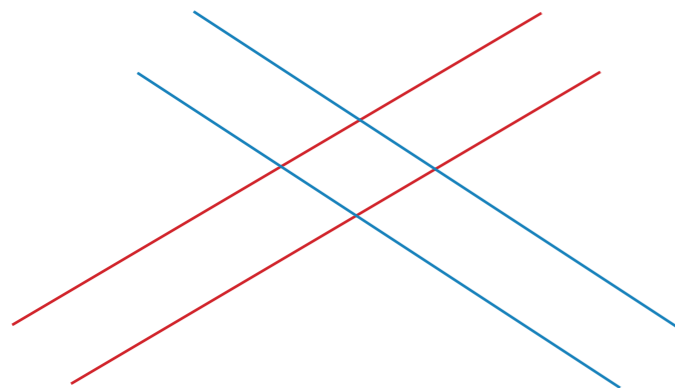
**מהלך הפעילות:**

במבוא לפעילות הגננת מסבירה לילדים מהם קווים נחתכים. היא מדגימה זאת באמצעות שני עפרונות היוצרים צורת X. לאחר מכן היא משנה את מצבם ההדדי של העפרונות למצב הקבלה II. הגננת שואלת האם כל שני קווים חייבים להיחתך?

קווים ישרים **מקבילים** הם קווים שאף אם ממשיכים אותם בלי סוף הם לא נפגשים, כלומר לא חותכים זה את זה.

**בשלב ראשון** הילדים מקבלים דף נייר ריק ומתבקשים לשרטט בעפרון ובעזרת סרגל לפחות שלושה זוגות של קווים ישרים נחתכים.

**בשלב שני** הילדים מקבלים דפים עם קווים ישרים שביניהם יש זוגות קווים מקבילים. הילדים צריכים לאתר ולצבוע באותו הצבע את זוגות הקווים המקבילים.

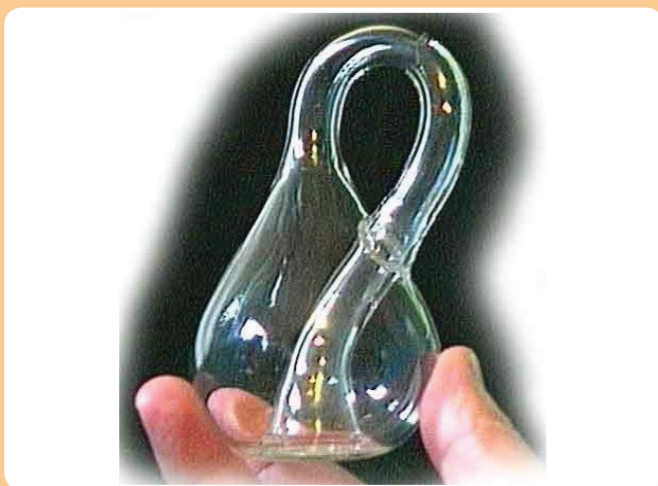


### רקע מתמטי:

מביוס היה מתמטיקאי ואסטרונום גרמני. הוא נולד בשנת 1790 ונפטר בשנת 1868. הוא היה תלמידו של המתמטיקאי הדגול גאוס. מביוס המציא טבעת מיוחדת הנקראת כיום על שמו "טבעת מביוס". הטבעת נוצרת כשמחברים 2 קצוות של פס נייר לאחר ביצוע של סיבוב והפיכת הנייר בקצה אחד.

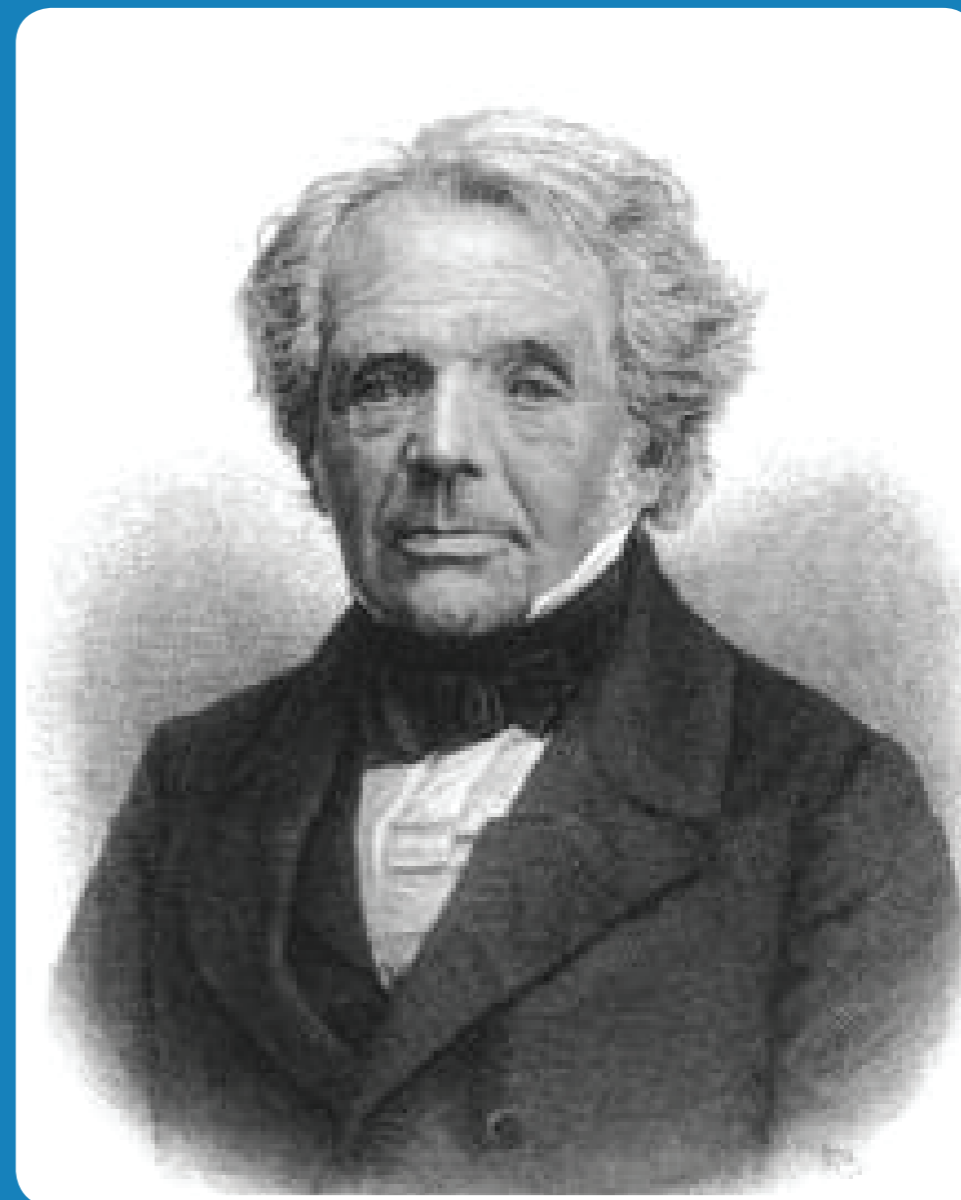


לטבעת זו יש רק צד אחד. כשחותכים אותה לשניים באמצע מתקבלת טבעת אחת ארוכה. המתמטיקאי פליקס קליין הרחיב את הרעיון הזה לבקבוק הנקרא "בקבוק קליין".



### סיפור לילדים:

פעם המתמטיקאי הגרמני מביוס בקר בחנות ספרים וראה איך מייצרים בה סימניות צבעוניות לספרים. העובד הניח רצועת נייר על השולחן, צבע את צידה העליון, הפך אותה וצבע את צידה השני! מביוס שאל את עצמו אם ניתן לבצע צביעה דו צדדית - ללא הפיכת הרצועה. תשובה חיובית לשאלה זו התקבלה כאשר מביוס גילה דרך להפוך רצועת נייר לטבעת מפותלת בעלת צד אחד בלבד המורכב משני צדדי הרצועה המקורית. כאשר צובעים צד אחד של הטבעת, נצבעים בבת אחת שני צדדי הרצועה. במהרה המצאת מביוס התפרסמה בכל העולם בשם "טבעת מביוס".



## מביוס

איך יוצרים רצועת נייר  
עם צד אחד בלבד?

## פעילות: טבעת מביוס

### מטרת הפעילות:

להכיר טבעת מביוס ולדעת ליצור טבעת מביוס.

### עזרים:

דבק, דף נייר, מספריים.

### מילות מפתח:

טבעת, מביוס, טבעת מביוס.

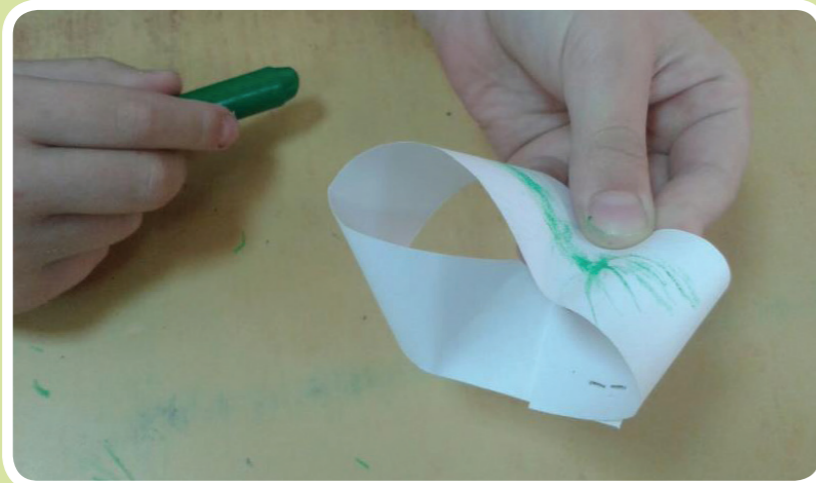
### מהלך הפעילות:

**בשלב ראשון** הילדים מכינים טבעות נייר רגילות, כמו שמכינים חוליות של שרשראות לסוכה.

**בשלב שני** הגנת מדגימה לילדים איך יוצרים טבעת מביוס מרצועת נייר ארוכה באמצעות סיבוב והפיכה של אחד מקצותיה והדבקתו לקצה השני. הילדים חוזרים על פעולות אלה ומייצרים טבעות מביוס.

**בשלב שלישי** הילדים צובעים פס ליד השפה של טבעות מביוס עד שסוף הפס מתחבר להתחלתו.

**הערה:** בשלב הצביעה מתברר שבניגוד לטבעת רגילה לטבעת מביוס יש רק צד אחד.



גן סחלב, יקנעם

## פעילות: יוצרים טבעת

### מתוך תכנית הלימודים:

הילד ידע לזהות, לתת שם ולמייין צורות דו ממדיות.

### מטרת הפעילות:

ליצור טבעות נייר רגילות (גלילות).

### עזרים:

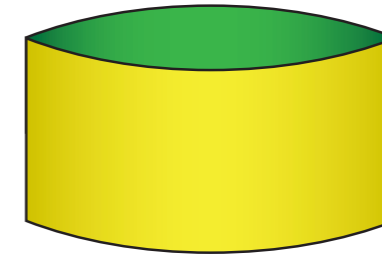
נייר, מספריים, דבק, שדכן סיכות, צבעים.

### מילת מפתח:

טבעת.

### מהלך הפעילות:

**בשלב ראשון** הילדים גוזרים רצועת נייר ומדביקים אותה כך שתיווצר טבעת. הם צובעים צד אחד בצבע אחד וצד שני בצבע שני. לאחר מכן הם גוזרים את הרצועה לאורך קו האמצע ומקבלים שתי טבעות נפרדות.



**בשלב שני** הילדים יוצרים שרשראות מטבעות משולבות אחת בתוך השנייה.



**שאלות השיח:**

- כמה צדדים יש לטבעת רגילה?
- כמה קווים יש בשפה של טבעת רגילה? מהם הקווים האלה?
- כמה צדדים יש לטבעת מביוס?
- כמה קווים יש בשפה של טבעת מביוס?
- מה נקבל אם נסובב ונהפוך קצה אחד של רצועת נייר פעמיים לפני הדבקתו לקצה השני?

**פעילות:  
חציית טבעת מביוס**

**מטרת הפעילות:**

לדעת שאם חוצים טבעת מביוס מקבלים טבעת אחת ארוכה יותר.

**עזרים:**

טבעת מביוס, מספריים.

**מילות מפתח:**

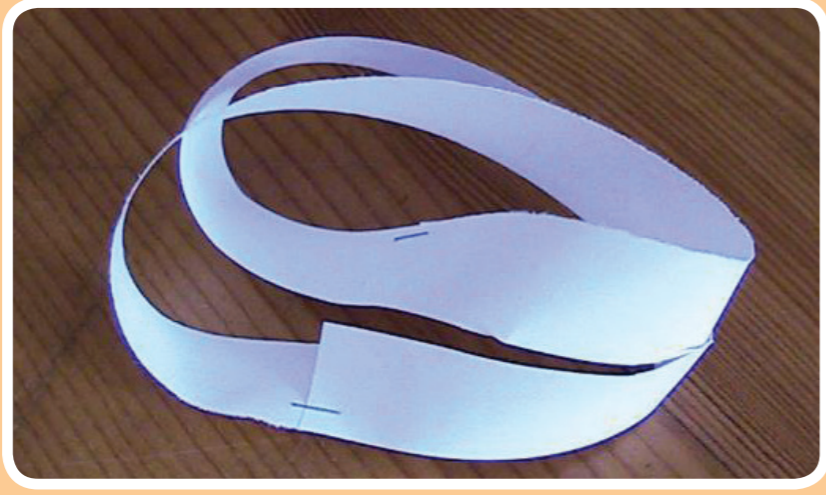
טבעת מביוס.

**מהלך הפעילות:**

הגננת מכינה מראש טבעת מביוס בה צויר קו אמצע סגור. לפני הילדים הגננת גוזרת עם מספריים קטע קטן בקו זה. לאחר מכן הילדים ממשיכים את הגזירה לאורך כל קו האמצע עד שהיא נחצית. באופן מפתיע היא נחצית רק לטבעת אחת, יותר ארוכה ממנה.

**שאלות השיח:**

- למה בחציית טבעת מביוס נוצרת רק טבעת אחת?
- מה נקבל אם נחצה את הטבעת הארוכה שהתקבלה מחציית טבעת מביוס?



טבעת מביוס גזורה

**פעילות:  
צביעת מפה בארבעה צבעים**

**רקע מתמטי לגננת:**

כל מפה מישורית ניתנת לצביעה ב-4 צבעים כך ששתי מדינות סמוכות לא יהיו צבועות באותו הצבע. טענה זו נקראת "משפט 4 הצבעים". לעומת זאת אם מציירים מספר על טבעת מביוס צריך 6 צבעים בכדי לצבוע כל מפה. חשוב לציין ששתי מדינות (ארצות) במפה נחשבות סמוכות אם לגבולותיהן יש קטע רציף משותף, והן לא נחשבות סמוכות אם לגבולותיהן יש נקודה אחת משותפת או נקודות בודדות משותפות.

**מטרת הפעילות:**

לצבוע מפות מישוריות בארבעה צבעים בלבד.

**עזרים:**

ארבעה צבעים שונים (כל סוג של צבעים), ציורי מפות עם ארצות.

**מילות מפתח:**

ארצות, מדינות, מדינות סמוכות, מפה, צבעים, צביעת מפה.

**מהלך הפעילות:**

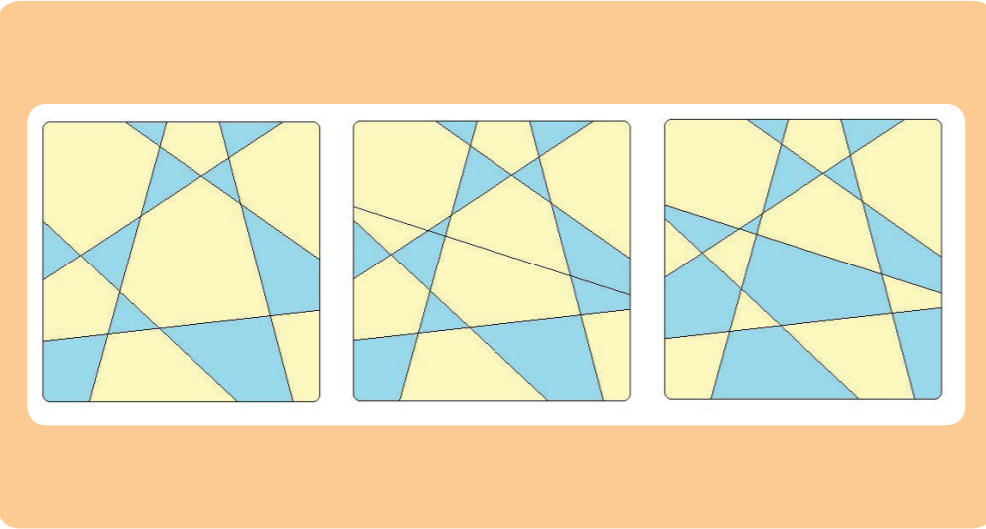
**בשלב ראשון** הילדים משחקים במחשב את המשחק "צבע את המפה".  
**בשלב שני** הם מקבלים ארבעה צבעים וציור של מפה עם ארצות (מדינות) ועליהם לצבוע אותה בצבעים כך ששתי מדינות סמוכות שיש להן קטע גבול משותף תהיינה צבועות בצבעים שונים.  
**בשלב שלישי** מבקשים מהילדים לבצע את אותה משימה אבל הפעם תוך שימוש בשני צבעים בלבד.



גן סחלב, יקנעם

**הערה לגננת:** כל מפה אפשר לצבוע בארבעה צבעים בלבד כך שארצות סמוכות תהיינה צבועות בצבעים שונים.

אבל בצביעת מפות מסוימות, למשל מפה הנוצרת מחיתוך ישרים, ניתן להסתפק בשני צבעים, כפי שמודגם בציור הבא:



**שאלות השיח:**

- האם קיימת מפה שאי אפשר לצבוע בארבעה צבעים כך שלמדינות סמוכות יהיו צבעים שונים?
- האם אפשר לצבוע כל מפה בעזרת שני צבעים בלבד כך שלמדינות סמוכות יהיו צבעים שונים?

**פעילות:  
כלבים כלואים**

**מטרת הפעילות:**

לדעת להבחין בין פנים וחוץ של תחום סגור.

**עזרים:**

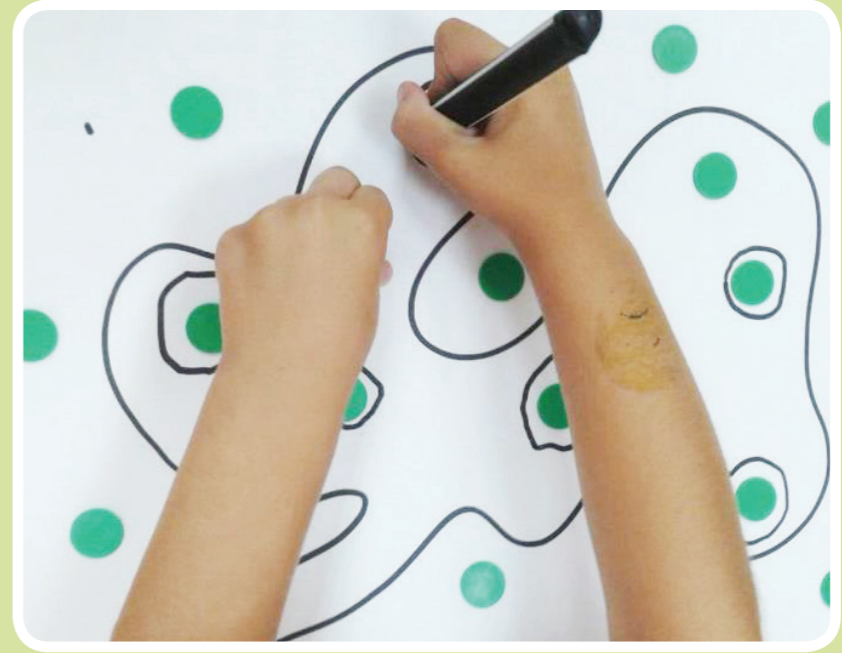
דף נייר עם ציור של כלבים כלואים בתוך קו סגור המייצג גדר.

**מילות מפתח:**

פנים, חוץ, בתוך ה-, מחוץ ל-.

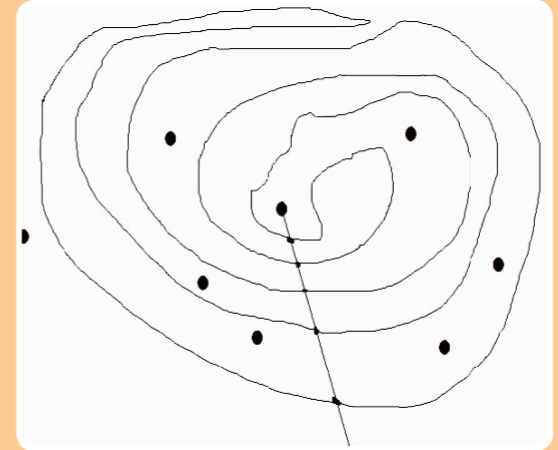
**מהלך הפעילות:**

הילדים מקבלים דף נייר והם צריכים להקיף במעגל את הכלבים הכלואים בתוך הגדר.



גן סחלב, יקנעם

כשקו המייצג את הגדר מסובך אפשר לשרטט קו ישר מהכלב החוצה ולמנות בכמה נקודות הוא חותך את קו הגדר. אם מספרן זוגי הכלב נמצא מחוץ לגדר ואם מספרן אי זוגי הכלב כלוא בגדר.



**פעילות:  
לולאות סגורות**

**רקע מתמטי:**

לולאה היא קו סגור שחותך את עצמו מספר פעמים. כל נקודת חיתוך נקראת צומת. מניחים גם שלולאה אינה חותכת את עצמה פעמיים באותה נקודה.

**מטרת הפעילות:**

להכיר את המשגים של לולאה, צומת, תחום ולגלות את הקשר בין מספר הצמתים של לולאה למספר התחומים שהיא יוצרת.

**עזרים:**

דף נייר עם ציור של לולאה, צבעים שונים.

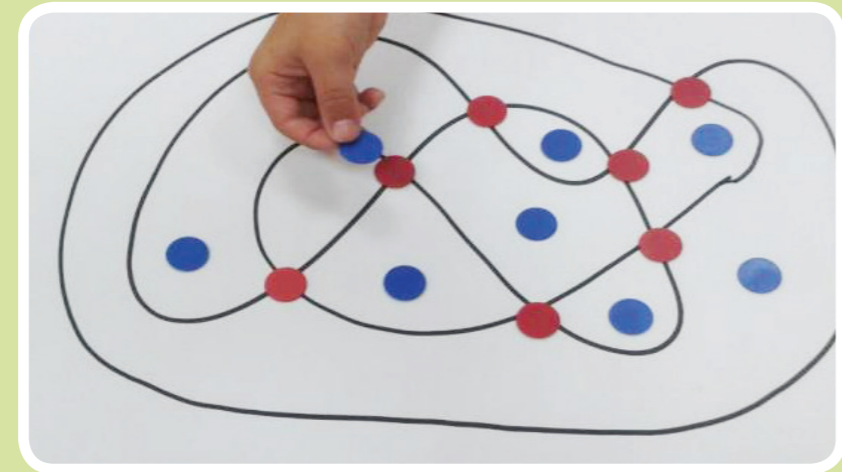
**מילות מפתח:**

לולאה, צומת, תחום.

**מהלך הפעילות:**

**בשלב ראשון** הילדים מתבקשים לסמן ולמנות את מספר הצמתים של הלולאה.

**בשלב שני** הילדים מתבקשים לאתר ולצבוע בצבעים שונים את כל התחומים הפנימיים שנוצרים בתוך הלולאה ולמנות את מספרם.



גן סחלב, יקנעם

**שאלת השיח:**

• מהו הקשר בין מספר הצמתים של לולאה למספר התחומים שהיא יוצרת?

### רקע מתמטי:

אמי אמליה נתר הייתה מתמטיקאית ופיזיקאית יהודייה גרמנייה. היא נולדה בשנת 1882 ונפטרה בשנת 1935. בזכות תרומתה לאלגברה, בעיקר לתורת החוגים, ולפיזיקה תיאורטית ידועה נתר כאחת המתמטיקאיות החשובות. סיפורה כולל מאבקים בממסד הגברי, והיא נעשתה מודל לחיקוי עבור מדעניות רבות. היא עסקה בין השאר בגילוי הקשר העמוק שבין חוקי הטבע ובין מושג הסימטריה. על פי רעיון של נתר, חוקי הטבע הם בעצם חוקי סימטריה פשוטים. חוק שימור האנרגיה משקף את סימטריית חוקי הטבע ביחס לזמן, וחוק שימור התנע את סימטריית חוקי הטבע ביחס למקום.

להלן כמה דוגמאות של סימטריה בטבע:



מספרים סימטריים נקראים פלינדרומים, לדוגמה 121, 423324.

### סיפור לילדים:

אמי נתר שיחקה עם פרפרים כשהייתה ילדה. היא שמה לב שכתם המופיע בכנף אחת של הפרפר מופיע בדיוק ממול גם בכנף השנייה, כמו בגוף שלנו - יד מול יד, עין מול עין, נחיר מול נחיר, או רגל מול רגל. לתכונה הזו קוראים סימטריה. כשהתבגרה החלה ללמוד מתמטיקה והצליחה מאוד. היא הבינה שאפשר לתאר את חוקי הטבע בעזרת חוקים פשוטים של סימטריה.



# אמי נתר

איך אפשר לבטא את חוקי הטבע בעזרת סימטריה?

**פעילות:**  
**סימטריית שיקוף**

**מתוך תכנית הלימודים:**

הילד ידע לזהות וליצור מצבים של סימטריה שיקופית.

**מטרת הפעילות:**

להכיר מהי סימטריית שיקוף.

**עזרים:**

דף נייר, צבעי גואש.

**מילות מפתח:**

שיקוף, סימטריה, סימטריית שיקוף.  
הערה: למושגים 'סימטריית שיקוף' ו'סימטריה שיקופית' יש אותה משמעות.

**מהלך הפעילות:**

בחצי הדף הילדים יוצרים ציורים בצבעי גואש ומקפלים את הדף לשניים. לאחר מכן פותחים את הדף ומקבלים ציור סימטרי.

**הערה:** אפשר ליצור סימטריה שיקופית עם מגזרות נייר.



**שאלות השיח:**

- מדוע לאחר קיפול הדף, שבחצי ממנו יש ציור בגואש, מתקבל ציור סימטרי?
- האם תמיד כאשר מקפלים דף, שבחצי ממנו יש ציור בגואש, מקבלים ציור סימטרי?
- האם יש עוד דרכים ליצור סימטריה שיקופית?

**פעילות:**  
**סימטריית סיבוב**

**מטרת הפעילות:**

להכיר את המושג סימטריית סיבוב.

**עזרים:**

זוג מראות, כל מיני חפצים קטנים.

**מילות מפתח:**

סיבוב, סימטריה, סימטריית סיבוב.

**מהלך הפעילות:**

כדי ליצור סימטריית סיבוב, הילדים משתמשים בזוג מראות צמודות עם זווית ביניהן. הם מניחים חפצים שונים בין שתי המראות וצופים בהשתקפויות הנוצרות במראות. הם חוקרים את ההשפעה של גודל הזווית בין המראות על מספר ההשתקפויות שנוצרות. מתברר שהכפלתן תלויה בזווית שבין שתי המראות. ככל שהזווית קטנה יותר, כך גורם ההכפלה גדול יותר.





**הערה:** ניתן להגיע לסימטריית סיבוב בדרכים שונות.



גן סחלב, יקנעם

**שאלות השיח:**

- מה משפיע על מספר הצורות המופיעות במראות כשחפץ הנמצא ביניהן?
- מדוע למצב הדדי של הצורות במראות קוראים סימטריית סיבוב?
- האם יש דרך נוספת ליצור סימטריית סיבוב?

**פעילות:  
דגמים ורצפים**

**מתוך תכנית הלימודים:**

הילד יזהה, יתאר ויצור דגמים חוזרים.

**מטרת הפעילות:**

להכיר סימטריית הזזה.

**עזרים:**

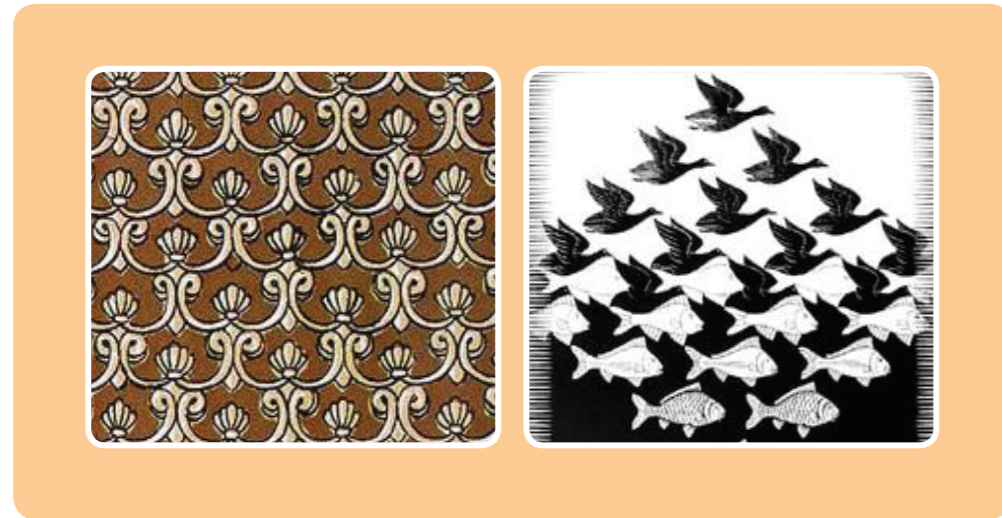
ציורי אשר, קישוטים, דסקיות צבעוניות.

**מילות מפתח:**

דגם, הזזה, רצף, מחזור, סימטריה, סימטריית הזזה.

**מהלך הפעילות:**

**בשלב ראשון** הילדים מתבוננים בציורים של אשר המדגימים הזזות או בקישוטים מחזוריים דו ממדיים ומזהים בהם דגמים (פריטים) שחוזרים על עצמם.



**שאלת השיח:**

- מה מיוחד בציורים הללו?

**בשלב שני** הילדים יוצרים בעצמם רצפים מחזוריים של דסקיות צבעוניות או פריטים אחרים ומזהים בהם מחזור:





גן ורד, יקנעם

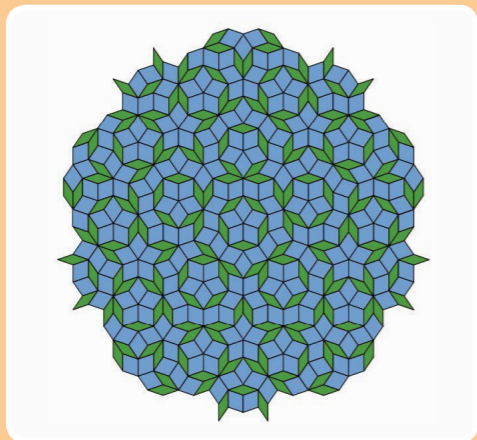
**שאלות השיח:**

- מהו המחזור ברצף?
- לאיזה מצב קוראים סימטריית הזזה?

**פעילות:  
ריצוף פנרוז**

**רקע מתמטי:**

ריצוף הוא כיסוי משטח באריחים, ללא רווחים. בגאומטריה ריצוף הוא כיסוי מישורי או חלק של מישור באמצעות צורות גאומטריות. המתמטיקאי והפיסיקאי האנגלי רוג'ר פנרוז המציא ריצוף מישורי באמצעות מעוינים משני סוגים. לריצוף זה קוראים ריצוף פנרוז.



**מטרת הפעילות:**

להכיר את המושג של ריצוף המישור.

**עזרים:**

אריחי ריצוף פנרוז.

**מילות מפתח:**

כיסוי, ריצוף, פנרוז, ריצוף פנרוז.

**מהלך הפעילות:**

הילדים מתבקשים לרצף את המישור עם אריחי פנרוז.

**שאלות השיח:**

- האם יש צורות החוזרות על עצמן בריצוף פנרוז?
- האם ריצוף פנרוז מחזורי?

## פרק שלישי: מדידות

### על המדידות

מדידה היא תהליך אשר בו מייחסים ערך מספרי לגודל פיזיקלי נתון, למשל מדידת אורך, מדידת משקל, מדידת טמפרטורה, מדידת זמן וכו'. בתחילה הובחנו רק יחסי גודל כמותיים בין עצמים שונים. למשל: המקל הזה ארוך יותר מהמקל ההוא. בהמשך נקבעה אמת מידה או נקבע כלי מדידה המאפשר לקבוע ערך מספרי של גודל פיזיקלי, מדויק ככל שניתן. להלן מצוינים כלי מדידה של גדלים אחדים:

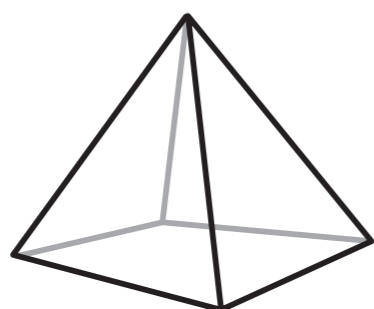
מכשיר מדידה	גודל נמדד
סרגל	אורך
מאזניים	משקל
שעון	זמן
מד חום	טמפרטורה
ברומטר	לחץ אוויר

אחת המדידות המדעיות המרשימות ביותר הייתה מדידת ההיקף של כדור הארץ שהצליח לבצע המתמטיקאי היווני אֶרַטוֹסְתֵנִס בדיוק רב, ביחידות אורך יוניות. בהמשך נקבע באופן שרירותי שהיקף כדור הארץ הוא 40,000 ק"מ ומכאן נקבעה יחידת המרחק הסטנדרטית הנקראת היום "מטר". בכל קילומטר יש 1000 מטרים, בכל מטר יש 10 דצימטרים ו-100 סנטימטרים ובכל סנטימטר יש 10 מילימטרים.

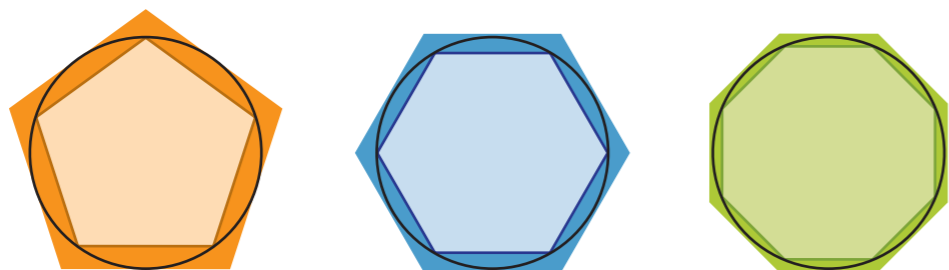
תורת הקוונטים שינתה את מושג המדידה. הסתבר שתוצאות המדידות יכולות להיות מושפעות מתהליך המדידה.

### רקע מתמטי:

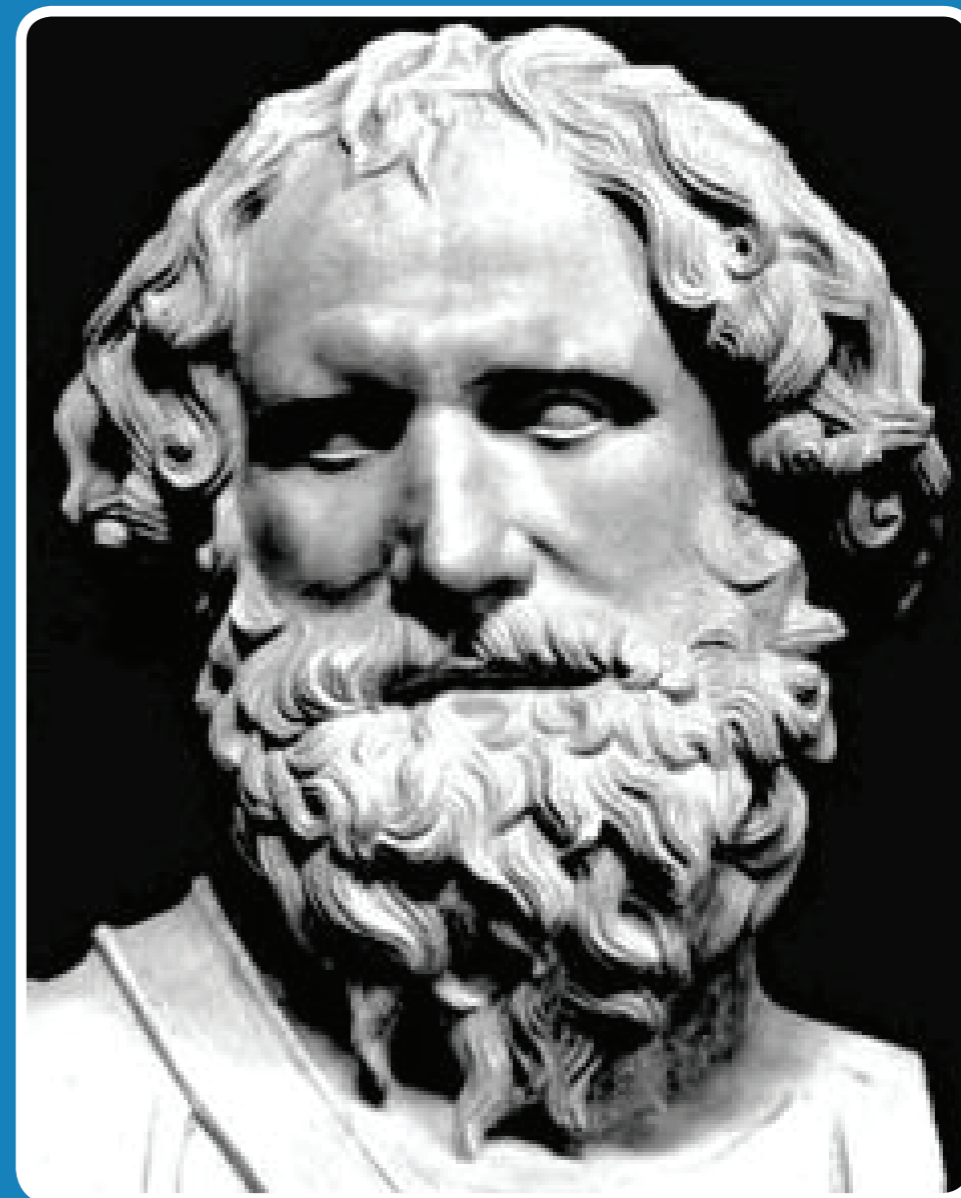
ארכימדס היה מתמטיקאי יווני שנחשב לאחד המדענים החשובים בעת העתיקה. הוא נולד בשנת 287 לפני הספירה ונפטר בשנת 212 לפני הספירה. הוא המציא מכונות חדשניות רבות וניסח את עיקרון הפעולה של המנוף. הוא גילה כיצד ניתן למדוד נפח של גוף באמצעות הכנסתו לכלי עם מים ומדידת כמות המים שעלתה. יש סיפור מפורסם שהוא גילה זאת במהלך רחצה באמבטיה, אז יצא ממנה ורץ עירום ברחוב וצעק בקול "גיליתי! גיליתי!" (ביוונית: "אאוריקה! אאוריקה!"). אחת התגליות המתמטיות החשובות של ארכימדס הייתה פתרון השאלה כיצד לחשב את הנפח של פירמידה באמצעות שטח בסיסה וגובהה. בשיטות המקוריות שארכימדס המציא הוא מצא שנפח פירמידה מתקבל על ידי הכפלת שטח הבסיס שלה בשליש מאורך הגובה שלה.



ארכימדס חישב את הערך המקורב של היחס הקבוע בין היקף של מעגל לאורך קוטרו, עם דיוק של חמש ספרות אחרי הנקודה:  $\pi \approx 3.14159$ . בחישוב הוא נעזר בקירוב של המעגל על ידי סדרת מצולעים משוכללים החוסמים אותו מבחוץ או חסומים על ידו מבפנים. בכך הוא השתמש ברעיונות של החשבון הדיפרנציאלי והאינטגרלי הרבה לפני שהם הומצאו על ידי ניוטון ולייבניץ.



ארכימדס נהרג בזמן המלחמה בעירו סירקוסאי. אגדה מספרת שחייל אויב התקרב אליו בשעה שישב בפתח ביתו וצייר מעגלים בחול שכיסה משעול המוביל לבית. ארכימדס ביקש מהחייל שיזוז משום שהוא מפריע לו בזמן הצויר. בתגובה החייל דקר אותו למוות.



# ארכימדס

## מתי גוף צף על המים?

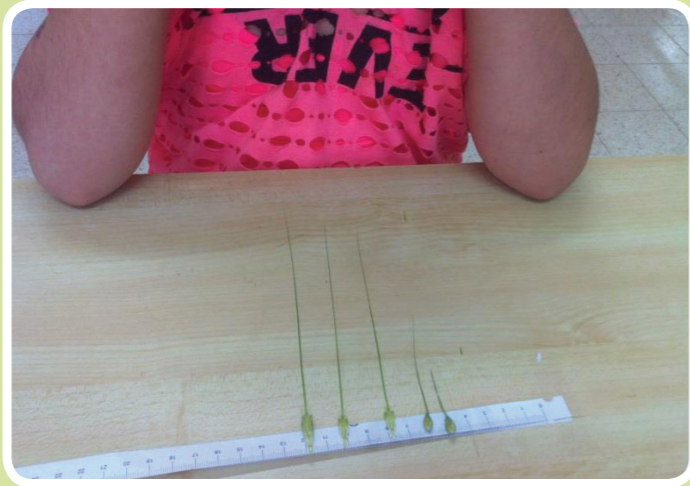
**סיפור לילדים:**

למלך אחד היה כתר זהב. הוא חשש שהכתר עשוי לא רק מזהב טהור אלא גם מעופרת שהיא שווה הרבה פחות מזהב. הוא פנה לאדם החכם ביותר בעירו בשם ארכימדס וביקש ממנו לבדוק אם הכתר אמיתי או מזויף. יום אחד התרחץ ארכימדס באמבטיה וחשב על הבעיה של המלך ועל הדרך לפתור אותה. הוא שם לב שבזמן שנכנס לאמבטיה עלה גובה המים. פתאום הבין שאפשר למדוד נפח של גוף באמצעות כמות המים שעלו לאחר הכנסתו למים. הוא הבין שכך הוא יכול לבדוק את הכתר של המלך. הוא ישם אותו בתוך מיכל עם מים ויראה כמה מים יעלו. הוא שמח כל כך על הגילוי הזה שיצא מהאמבטיה עירום ורץ ברחוב עד ארמונו המלך וצעק "גיליתי, גיליתי".



**רקע מדעי לגננת:**

המשקל הסגולי של גוף הוא היחס שבין המשקל לנפח של הגוף. ארכימדס מצא דרך לחשב את נפח הכתר כנפח המים שעלו לאחר הכנסתו לכלי המכיל מים. הוא שקל את הכתר, ואחר כך על ידי חילוק משקל בנפח מצא את המשקל הסגולי של החומר ממנו עשוי הכתר. היות ולכל מתכת יש משקל סגולי משלה, יכול היה ארכימדס על פי המשקל הסגולי של חומר הכתר להחליט האם חומר זה הוא זהב טהור או לא, ובכך לקבוע האם כתר המלך מזויף או אמיתי.



גן אליעד, רמת הגולן

**פעילות:  
מדידות משקל**

**מתוך תכנית הלימודים:**

הילד ידע להשוות משקל של שני עצמים בהשוואה ישירה או באמצעות מתווך.

**מטרת הפעילות:**

לעסוק בהשוואה ובמדידה של משקל עצמים, להכיר את הגודל היחסי של משקל וגם את הגודל המדויק באמצעות כלי מדידה מתאים.

**עזרים:**

חפצים במשקלים שונים. מאזניים עם כפות ומאזניים דיגיטליים.

**מילות מפתח:**

כבד, קל, משקל, שקילה, מאזניים, משקולת.

**מהלך הפעילות:**

**בשלב ראשון** הגננת מניחה בפני הילדים שני חפצים שונים. היא שואלת, מי מהם יותר כבד? הילדים מרימים את החפצים בידיים ומשערים השערות. לאחר מכן הילדים מתבקשים למיין מספר חפצים בהתאם למשקל שלהם על פי הרגשתם בלבד.

**בשלב שני** הגננת שואלת את הילדים איך אפשר להשוות את משקל החפצים בצורה מדויקת יותר? הילדים משתמשים במאזניים עם כפות, ללא משקולות, בכדי להשוות את משקלם של החפצים ובודקים את ההשערות שהועלו בשלב הקודם

**בשלב שלישי** הגננת מספרת איך אפשר למדוד משקל במדויק. לאחר מכן משתמשים במאזני כפות עם משקולות או במאזניים דיגיטליות לצורך מדידה מדויקת.



**פעילות:  
מדידות נפח**

**מתוך תכנית הלימודים:**

מדידת נפח באופן אינטואיטיבי.

**מטרת הפעילות:**

להבין באופן אינטואיטיבי מהו נפח של גוף וכיצד מודדים אותו.

**עזרים:**

חפצים בנפחים שונים, כלי שקוף ובתוכו מים.

**מילות מפתח:**

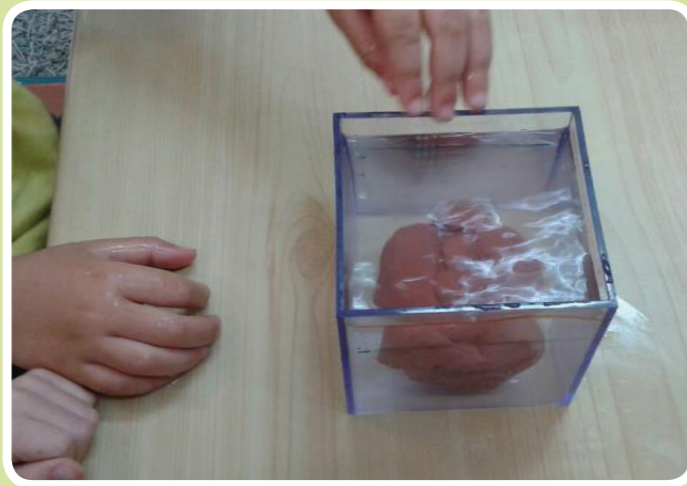
נפח, מדידה, מדידת נפח.

**מהלך הפעילות:**

הילדים מקבלים חפצים בגדלים שונים. הם מתבקשים להגיד במה הם שונים זה מזה.

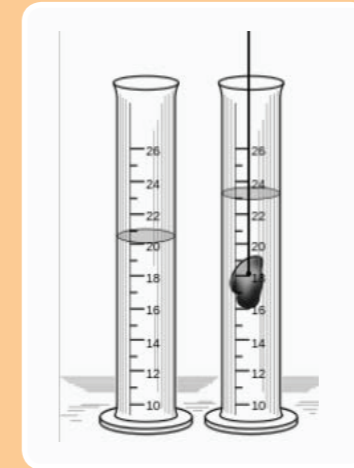
**בשלב ראשון** הילדים מתבקשים למיין את החפצים בהתאם לגודל.

**בשלב שני** הם נעזרים לצורך ההשוואה בכלי שיש בו מים. כשמניחים חפץ בכלי, המים עולים בהתאם לנפח (גודל) החפץ. ניתן לסמן בטוש את גובה המים ולראות לאיזה גובה הם עולים. משווים את תוצאות השלב השני עם תוצאות השלב הראשון.

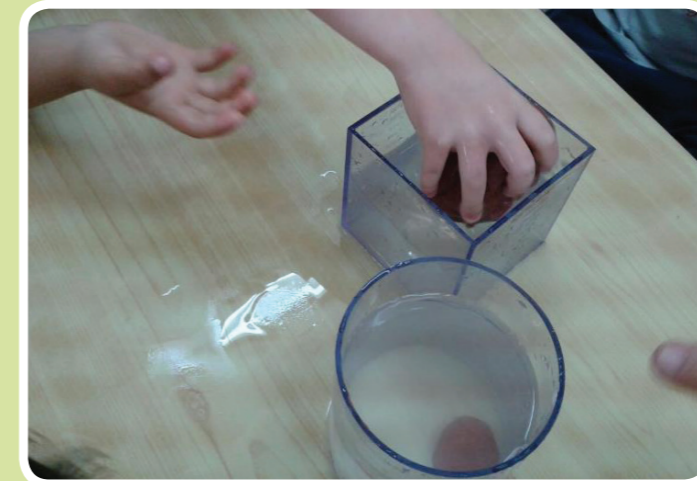


**גן אלון, יקנעם**

**בשלב שלישי** משתמשים בכלי שעליו משורטטות שנתות מספריות המאפשרות לבצע מדידה מדויקת של נפח המים שעלו לאחר הכנסת הגוף לכלי. הערך של נפח זה הוא הפרש בין המספרים ליד המפלס העליון של המים לאחר ולפני כניסתו של הגוף למים. וזה יהיה נפח הגוף.



**בסיום הפעילות** מכניסים לכלי עם מים חפצים בזה אחר זה עד שהמים גולשים מהכלי.



גן אלון, יקנעם

- שאלות השיח:**
- מה זה נפח של גוף?
  - איך אפשר למדוד נפח של גוף?
  - מדוע המים עולים בכלי כשמכניסים גוף לתוכם?

**פעילות:**  
**משקל מול נפח**

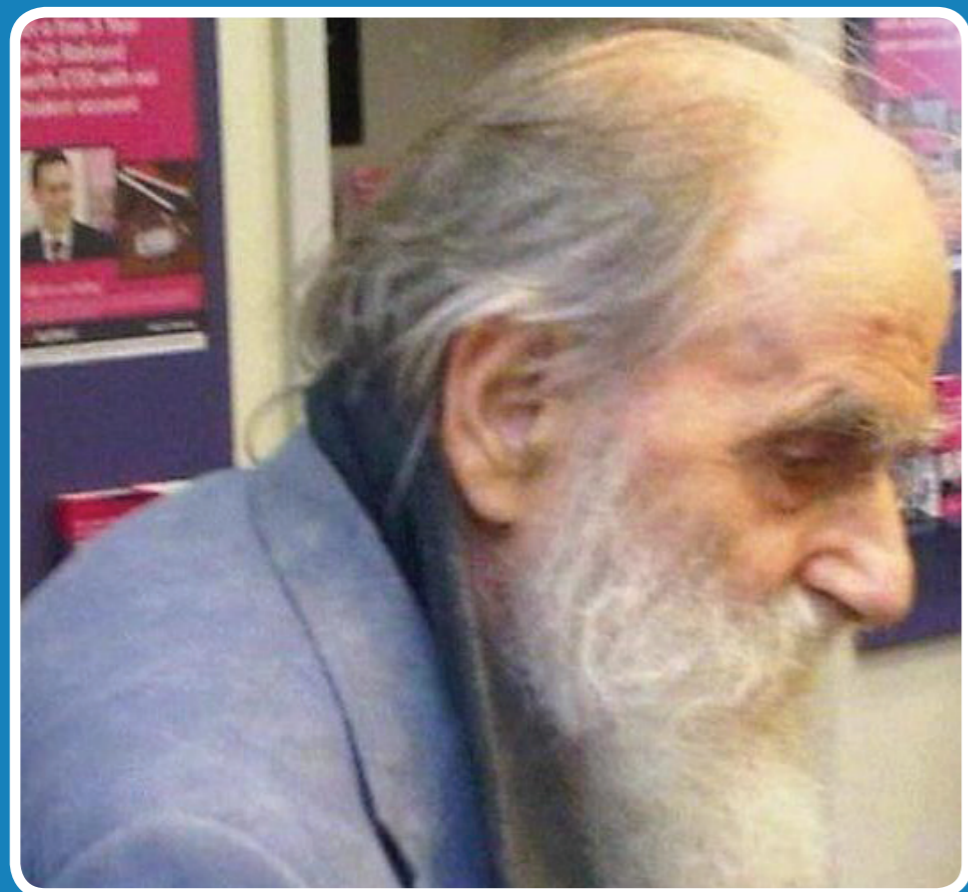
**מטרת הפעילות:**  
להבחין בין מושג הנפח למושג המשקל.

**עזרים:**  
חומרים בעלי צפיפות שונה כמו קלקר וברזל.

**אוצר מילים:**  
נפח, משקל, צפיפות.

**מהלך הפעילות:**  
הגננת מניחה בפני הילדים גוף קלקר גדול ולידו גוף ברזל קטן. היא שואלת אותם איזה גוף יותר גדול, והילדים עונים לפי תפיסתם הויזואלית. אחר כך הגננת שואלת איזה גוף יותר כבד, והילדים משווים את משקל הגופים בידיים שלהם.

- שאלות השיח:**
- איזה גוף יותר גדול: של קלקר או של ברזל, ואיזה מהם יותר כבד?
  - האם גוף יותר גדול חייב להיות גם יותר כבד?
  - מדוע גוף קטן של ברזל יותר כבד מגוף גדול של קלקר?
  - מהי המשמעות של מילה "צפיפות"?
  - לאיזה חומר יש צפיפות יותר גדולה לברזל או לקלקר?



## ספנסר-בראון

מהי הפעולה המתמטית הכי פשוטה?

פרק רביעי:

## צורות המספר

סיכום וסגירת מעגל הפרקים:

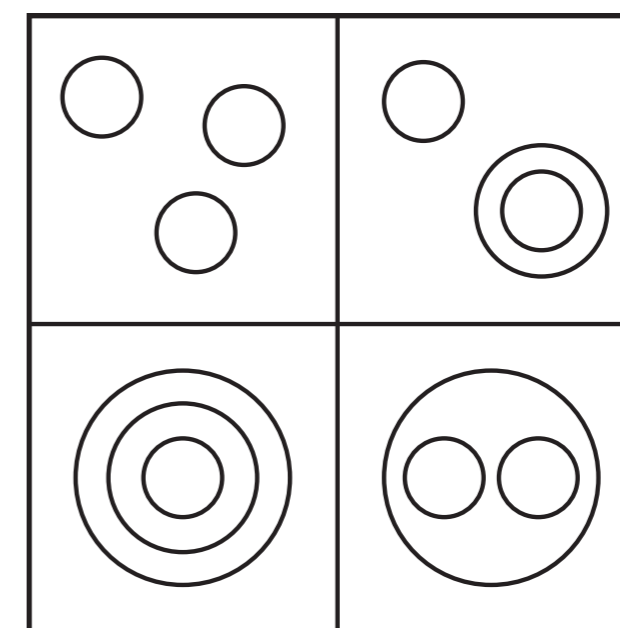
המספר - גאומטריה - מדידות - צורות המספר



**רקע מתמטי:**

ג'ורג' ספנסר-בראון הוא מתמטיקאי אנגלי שנולד בשנת 1923. ספרו החשוב "חוקי הצורה" ראה אור לראשונה בשנת 1969. בספר זה הגדיר ספנסר-בראון פעולה מתמטית מינימלית של הבחנת עצם מסביבתו וקרא לה בשם "מובחנות". את הפעולה הזו אפשר לייצג באמצעות מעגל - הצורה הפשוטה ביותר המבדילה בין פנים וחוץ. העצמים המתמטיים שאותם יוצרים מתמטיקאים הם, לפי תורת ספנסר-בראון, שילובים של מעגלים לא נחתכים, כאשר יחסים אפשריים בין מעגלים הם "צורות המספר".

בטבלה להלן מוצגות 4 הצורות של המספר 3:



4 צורות המספר 3

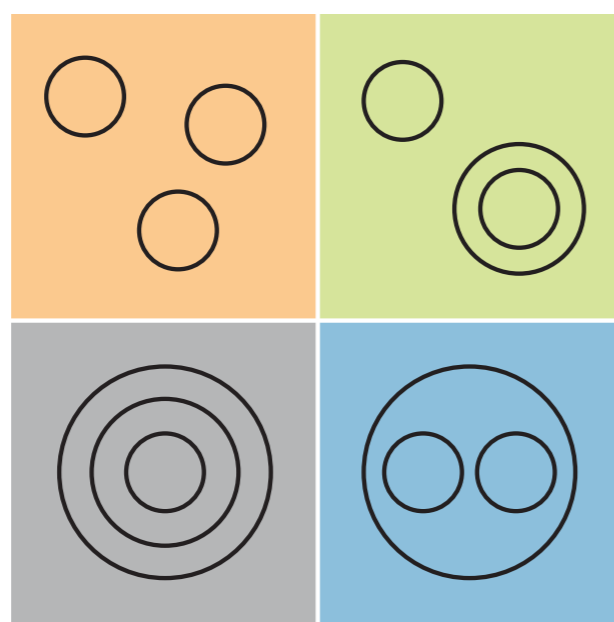
**סיפור לילדים:**

כאשר ספנסר-בראון היה ילד הוא אהב לשתול עצים סביב ביתו ולאורך שבילים לידו. למען כך הוא הצטרך לחפור בורות. בדרך כלל חפר בור ליד בור. יום אחד גילה שהוא יכול לחפור בור עמוק יותר בתוך בור. כשהוא חפר שלושה בורות היו כבר ארבע אפשרויות: בור ליד בור ליד בור, בור בתוך בור ולידם בור, בור בתוך בור בתוך בור או בור ובתוכו שני בורות זה ליד זה. כשחפר ארבעה בורות היו לו כבר הרבה יותר אפשרויות. הוא אהב מאוד לחקור אותם בעצמו ובכך להמציא צורות חדשות לשתילת עצים. כשגדל ונעשה מדען נודע, המשיך בחקר צורות וכתב ספר בשם "חוקי הצורה" והתפרסם בכל העולם.

**פעילות:**  
**צורות המספר - יצירתן ומנייתן**

**רקע מתמטי לגננת:**

צורות המספר הן מקבילות ויזואליות של חלוקות המספר. אנחנו מסתכלים על מספר הדרכים השונות שאפשר לצייר מעגלים שלא נוגעים זה בזה ורואים במקביל חלוקות ותת-חלוקות של מספר. לדוגמה, לארבעה סידורים של שלושה מעגלים בציור:



**מתוך תכנית הלימודים:**

הילד יכיר את תכונות המספר כמונה וכסודר וצורות המספר המשלבות בין שתי התכונות הללו.

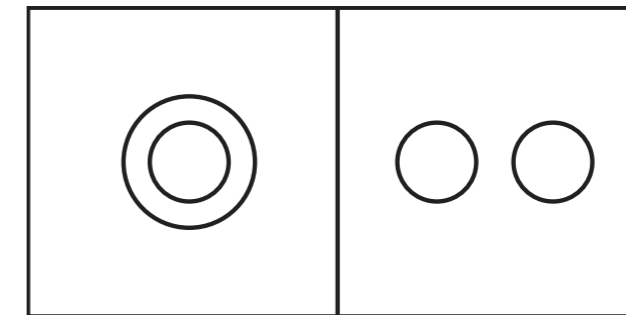
**מטרת הפעילות:**

לדעת את צורות המספר.

**עזרים:**  
נייר, עיפרון.

**מילות מפתח:**  
מספר, צורה, צורות המספר.

**מהלך הפעילות:**  
**בשלב ראשון** הילדים מתבקשים לצייר על הנייר את שתי הצורות של המספר 2 כשתי אפשרויות ליחסים בין מעגלים לא נחתכים:



**בשלב שני** הילדים מציירים את כל הצורות השונות של המספר 3.

**בשלב שלישי** הילדים חוקרים צורות של המספר 4. דוגמה לפעילות בצורת המספר 4 בגן:



גן דנה, טבריה

**שאלות השיח:**

- כמה צורות יש למספר 1?
- כמה צורות יש למספר 2?
- כמה צורות יש למספר 3?
- כמה צורות יש למספר 4?
- כמה צורות יש למספר 5?



גן נוריות, טבעון

## נספח:

### העקרונות החינוכיים של השיח המתמטי דני לסרי

"השיח המתמטי" מניח במרכז המעשה החינוכי את האינטראקציה הפורה והמשמעותית בין הגננת לבין הילד ובין הילדים לבין עצמם. תפקיד הגננת אינו מתמצה בהעברת ידע אובייקטיבי לילדים אלא מתבטא במפגש משמעותי ומעורר לילד ולגננת כאחד. הפעולה המכוונת את "השיח המתמטי" היא מפגש בין שני עולמות, שבו כל עולם צריך להכיר ולכבד את העולם האחר כדי שתיווצר הפריה הדדית. הגננת רוכשת לעצמה בדרך התנסות זו "חשיבה אורגנית" המאפשרת לה לפגוש את הילד בסביבתו הטבעית.

אנו מניחים שככל שהילד מעורב יותר בשיח באמצעות שאלותיו, תשוקותיו, סקרנותו, גופו וממדים אחרים של נפשו, כך הוא יהיה פורה יותר ויוכל לשכלל את יכולותיו הלימודיות. השיח המתמטי נוגע הן לקשר של הילד עם האובייקטים המתמטיים והן לשיח המילולי המתפתח בתקשורת עם אנשים אחרים - ילדים ומבוגרים כאחד.

לתיווכה של הגננת יש חשיבות רבה משום שהגננת יכולה לעזור בגישתה, בהערוותיה ובהעלאת שאלות מנחות (לעתים היא מסייעת לתהליך דווקא באי השתתפותה האקטיבית, כלומר בעצם נוכחותה בלבד). כך נוצר אקלים מתאים להתפתחותו של שיח מתמטי פורה.

נפנה עתה לבחון מספר היבטים המאפיינים שיח מתמטי פורה ונדגים דרכים שונות שבעזרתן הגננת יכולה לתמוך בכל אחד מהיבטים אלו.

## מספר מאפיינים של "השיח המתמטי"

### 1. המלא והריק:

מה שמקנה תחושת של משמעות, מלאות ועומק אינו בהכרח ריבוי של תכנים אלא מינון נכון. עודף אינפורמציה (שהוא לעתים מצב טיפוסי לתרבותנו) יכול לפרק את ההבנה וליצור תחושת ריקנות. שיח פורה, במובן הזה, הוא שיח מלא המזרים פנימה מידע חדש, לא כדי להספיק את החומר אלא כדי להותיר את הדיאלוג חי ונושם. נדגיש: חשיבות מפגשו של ילד עם חומר לימודי מסוים אינה טמונה בעצם ביצוע המשימה אלא באיכות ובעומק של השיח המתעורר. כאשר נוצר שיח עמוק יהיה הילד מעורב בו באופן משמעותי, והחומר הלימודי יתפתח, ישתכלל ויילמד באופנים רחבים יותר בהשוואה לדרך הלימוד הרגילה.

ההליכה בעקבות המשמעותי היא העיקרון שצריך לכוון את הגנת בפעילותה המתמטית. הגנת תחפש את המשמעותי לילדים מצד אחד ואת המשמעותי עבורה מן הצד האחר. עליה לכוון את פעולתה אל המקום שבו היא חשה שהתכנים חיים ובעלי משמעות.

### 2. למידה שהיא חקירה:

הידע המתמטי אינו יעד סופי של תהליך הלמידה אלא חומר הגלם בשיח אשר אופקיו אינם ידועים מלכתחילה. שיח ממשי אינו נע לעולם על פי מסלולים ידועים מראש. חשוב שהגנת תנווט את השיח לערוצים שאינם בהכרח מוכתבים במערכי שיעור שסופם ידוע מראש אלא תלך בעקבות השיח בהתאם לאופן שבו הוא מתפתח. מה שעשוי להנחות את הגנת הוא אותה תחושת משמעות וחיוניות הנלוות לשיח. בין השאר, הגנת עוקבת יחד עם הילדים אחר השאלות והתשובות המשמעותיות ביותר המתעוררות במשך השיח. במובן הזה כל מפגש הוא מעין הרפתקה ומסע, שבו המשתתפים יודעים מאין הם יוצאים אבל אינם יודעים לאן יגיעו בסופו. אט אט, ככל ששגרת עבודה זו מוטמעת בגן, נוצר אקלים המאפשר להעמיק את החקירה וליצור בהדרגה רצף בעל משמעות המתפתח מגילוי לגילוי.

### 3. היחס לטעויות:

חלק בלתי נפרד משיח פורה הוא היחס החיובי ל"טעויות". רוב הטעויות אינן פליטות פה מקריות אלא נובעות ממערכת הבנה ייחודית וממערך של המשגות שהן חלק בלתי נפרד מכוחו של הילד להפיק משמעות בעולם. ה"טעויות" קשורות לנקודת השקפתו הייחודית של הילד. פסילה או תיקון על הסף של "טעות" מונעים בחינה מעמיקה של השקפתו הייחודית של הילד ואינם מאפשרים תהליך למידה פורה.

### 4. אי פורמליות וריבוי שפות:

במקום לפסול אפשר לשים סימן שאלה ולפתוח דיון שבו הילד מביא לידי ביטוי את אמונתו ואת תפיסתו הייחודית. באופן זה "המשגה מוטעית" יכולה לעבור טרנספורמציה חיובית שתעשיר את הילד ותעמיק את יכולתו להשתמש בהמשגות החדשות שתיווצרנה. חשוב להדגיש, שכאשר מדובר בילדים קטנים לומד הילד לרוב מתוך עצמו. יתר על כן, לא פעם, מה שאנו חושבים לטעות מסתבר בסופו של דבר כמרכיב המכיל את הגרעין של דרך חדשה אשר כולנו יכולים ללמוד ממנה (לדוגמה, הפניצילין התגלה במקרה מתוך שימת לב לפרטים שלא היו מלכתחילה נושא המחקר), שכל ילד נושא עמו ברכה הקשורה לאופן הסתכלותו הייחודי ואשר יכולה להעשיר אותו ואת קהילתו. סובלנות זו כלפי טעות ואי-ידיעה מצדו של הילד היא מהתכונות הנחוצות ביותר לניהול שיח פורה במתמטיקה. לא פעם, המהירות שבה אנו מבקשים לתקן את הילד היא ביטוי לחוסר ביטחוננו העצמי בנושא. רק כאשר נהיה מוכנים לצעוד בעצמנו לקראת מרחבים חדשים, נוכל להתפנות באמת אל הילד מתוך פתיחות וסובלנות המאפשרים לו להתבטא ולחשוב בלי גבולות וסייגים.

אף על פי שאנו נוטים לפתח ולהשתמש במתמטיקה בשפה פורמלית, בהקשר החינוכי ובמיוחד עם ילדי הגן, חשוב שנעסוק במתמטיקה במגוון של מיילים הלקוחות הן מחיי היומיום של הילדים והן מעולמם הדמיוני. עולם המושגים הלא פורמלי הוא ערש ההבנה בכלל וההבנה המתמטית בפרט. אחרי שההבנה הזו שולחת שורשים ומתייצבת, יש מקום לעבור לניסוחים פורמליים. עם זאת בשלב הראשון יש לשים דגש על ההבנה החיה. לא צריך להתבייש להשתמש לצורך זה בשלל מטאפורות הלקוחות מעולמות תוכן שונים. למשל, מספרים אינם רק גדולים יותר זה מזה או שווים זה לזה אלא יכולים להיות שלמים יותר, נחמדים יותר, קשוחים יותר, בעלי צלילים וקצב שונים, וכו'. הכול לפי ההקשר שבתוכו הדברים מובאים.

עבור ילד מסוים המספר 2 נחמד יותר מהמספר 5 ועבור ילד אחר המספר 8 יפה יותר מהמספר 7. שוני זה בין הילדים ביחסם למספרים קשור לשוני הטבעי והמבורך הקיים בין בני אדם, והוא קשור לתחושתו האינטימית-אישית של כל ילד ביחס למספר כזה או אחר. אנו רוצים לעודד תחושה זו ולתת לה ביטוי כדרך לתפיסה חיה ונושמת של עולם המספרים. כדי ליצור קשר חי עם עצם או דבר כלשהו, ובמקרה זה עם מספר, על הילד לכוון עמו קשר אישי. כאשר אנו מוותרים בשלב הראשון על הפורמליות, אנו מאפשרים את יצירת הקשר הנכון למרכיבי המתמטיקה. לאחר ביסוס הקשר החי הילד יוכל לקבל ולהפנים את ההגדרות הפורמליות כחלק מעולמו השלם.

**5. חשיבות הדמיון:**

רבים מסכימים כי הדמיון הוא כוח יוצר באדם, המאפשר לנו לחוות את המציאות על שלל צבעיה. באמצעות הכוונה נכונה לא רק שהדמיון לא ירחיק אותנו מן המציאות אלא הוא ישמש כוח חיוני בהתקרבותנו האינטימית אליה.

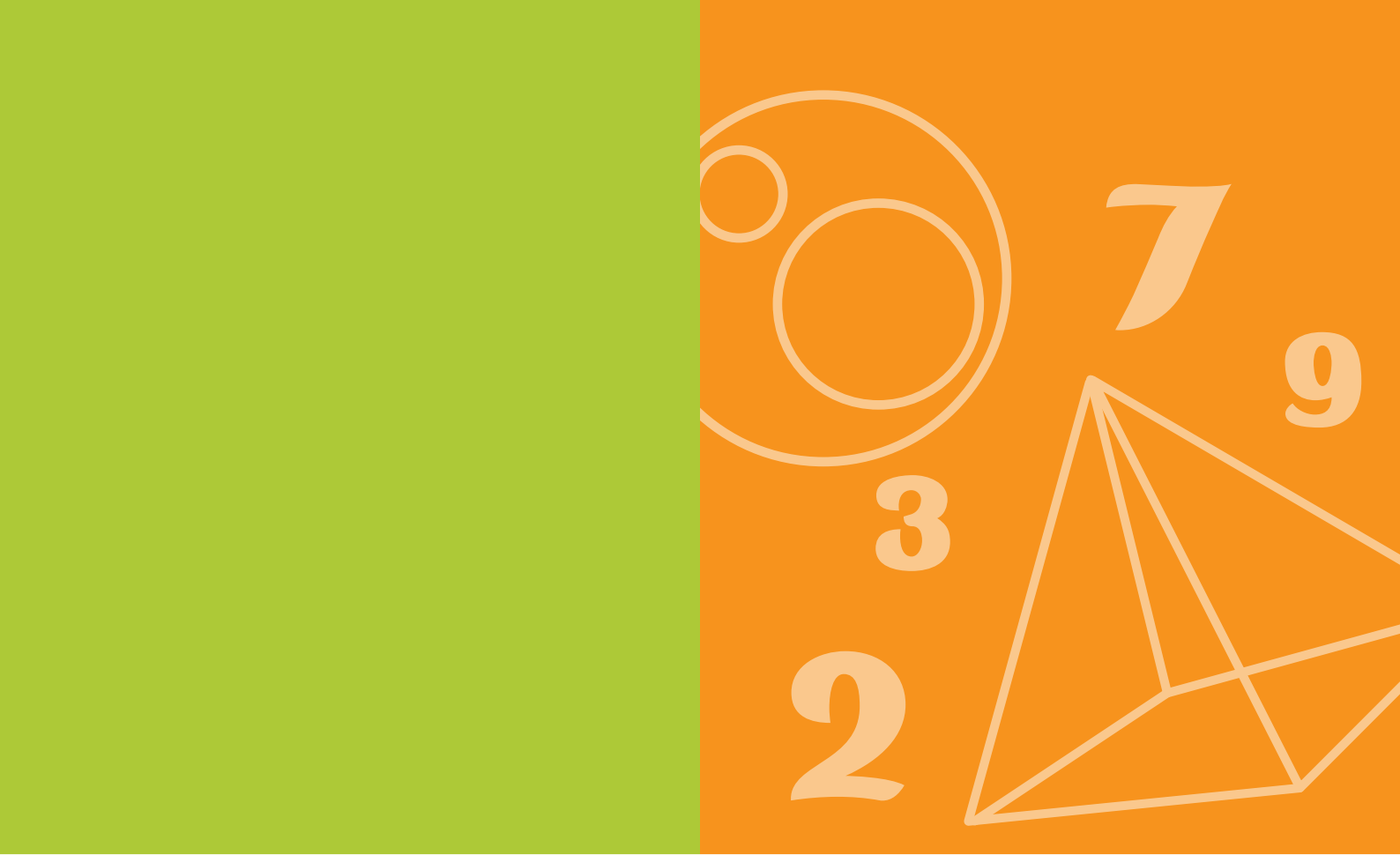
"דמיון חשוב יותר מידע. ידע הוא מוגבל. דמיון-אינסופי" א. איינשטיין. לא פעם נדמית לנו המתמטיקה כזירה נטולת כל דמיון, אולם אין נכון הדבר. למעשה, לא ניתן להגיע להבנה מתמטית עמוקה ללא השימוש בדמיון. יש לעודד את הגננות להשתמש בדמיון גם בתחום המתמטיקה ללא היסוס. גננות רבות עושות שימוש רב בדמיון במהלך עבודתן עם ילדים, אולם לעיתים הן נמנעות משימוש בדמיון בהקשר של המתמטיקה, הנתפסת בעיניהן כתחום הקשור באופן בלעדי לחשיבה הגיונית. הדמיון הפועל בקשר עם המציאות נובע משמחה ומחיבור פנימה ומאפשר לנו לגעת בנושא הנדון בדרכים חדשות, מעשירות ומעמיקות ראייה.

**6. קבוצה חוקרת:**

תיווכה של הגננת יכול לבוא לידי ביטוי במגוון רב של דרכים. בסופו של דבר מה שישפיע יותר מכול על האפשרות ליצור שיח מתמטי פורה קשור באופן שבו הגננת מתייחסת לילדים, ונוכחות זו קשורה לאופן שבו היא מבינה את תפקידה כמתמטיקאית בוגרת. אחד המקומות שבהם תפקיד הגננת כמתמטיקאית יכול לבוא לידי ביטוי הוא במסגרת קבוצה חוקרת, כלומר במסגרת קיומה של שיחה פתוחה סביב בעיה או שאלה בקבוצה של ארבעה עד שמונה ילדים. בתהליך הזה הילדים לומדים להתייחס זה לזה, להקשיב זה לזה ולחבור יחד לתהליך של חקירה שיתופית הגדולה מסכום חלקיה. בד בבד עם יצירת אקלים המאפשר שיח פורה, הגננת יכולה להוסיף תובנות מעשירות על ידי עקרונות לחשיבה יצירתית. הנחיות אלה, בדמות משפטים קליטים, עשויות לשמש עוגן להתפתחותם של כלי חשיבה אצל הילד. אפשר לראות אותם כגורמי השראה, כמעין מגדלורים המכוונים אותו כשהוא חש שהלך לאיבוד.

להלן מספר עקרונות להנחיה של קבוצה חוקרת במסגרת הגן:

- חפשי אחר הפשוט והיפה.
- חפשי היכן שצפוי למצוא וחפשי במקביל היכן שלא צפוי למצוא.
- הכול נתון להפתעה בכל רגע נתון.
- תמיד ישנה עוד דרך, ועוד אחת ועוד אחת.
- אל תתייאש! אם אפשר ליפול, אז בטח אפשר גם לקום.
- אם הרוב חושב משהו, זו לא הוכחה שהדבר באמת נכון.



מדריך לגננת  
ראשית שיח מתמטי  
משה קליין · גן אדם